

文章编号: 1674-599X(2021)03-0072-06

基于无应力状态起拱法的钢桁梁桥预拱度研究

李茂侬¹, 刘战², 张怀杰², 殷新锋¹

(1.长沙理工大学 土木工程学院, 湖南 长沙 410114;

2.中石化中原建设工程有限公司, 河南 濮阳 457000)

摘 要:传统钢桁梁预拱度设置方法需建立优化模型, 求解冗杂的约束方程, 以解决杆件伸缩的统一性及附加内力等因素对钢桁梁预拱度的影响。无应力状态起拱法以相邻节间相对预拱度作为输入参数, 获得各单元杆件伸缩量的数学表达式。该方法不会引起附加内力, 且易获得较理想的预拱度曲线, 以5根杆件组成单独节间的下承式钢桁梁桥为例进行了计算。研究结果表明: 基于无应力状态起拱法钢桁梁桥预拱度, 算法简单, 且能满足工程对精度要求, 可为类似桥型施工预拱度设置提供新的思路。

关键词: 钢桁梁; 无应力状态起拱法; 预拱度设置

中图分类号: U448.21

文献标志码: A

DOI: 10.16544/j.cnki.cn43-1494/u.2021.03.011

Research on pre-camber of steel truss girder bridge based on unstress state arch method

LI Mao-nong¹, LIU Zhan², ZHANG Huai-jie², YIN Xin-feng¹

(1.College of Civil and Construction, Changsha University of Science & Technology, Changsha 410114, China;

2.Sinopec Petroleum Construction Zhongyuan Co., Ltd., Puyang 457000, China)

Abstract: The optimization model is needed to be established using the traditional method to set steel truss pre camber, and some complex constraint equations should be solved to analyze the influence of the uniformity of member expansion and additional internal force on the pre-camber of steel truss girder. In the unstressed state arching method, the relative camber of adjacent nodes is taken as the input parameter, and the mathematical expression of the expansion and contraction of each element member is obtained. The additional internal force will be avoided using this method, and it is easy to obtain the ideal camber curve. Taking the steel truss bridge composed with five members as an example, the calculation results show that the camber algorithm of steel truss bridge based on unstressed state arching method is simple, that can meet the requirements of engineering. Which can provide a new idea setting method for similar bridge construction.

Key words: steel truss beam; stress-free arch method; camber setting

大跨度钢桁梁桥预拱度设置对桥梁施工、运营及保证路线顺平具有重大影响,根据《铁路桥梁钢结构设计规范》(TB 10002.2—2005)^[1]规定,桥跨结构应预设置上拱度,以抵消大桥所受恒载和一半活载的挠度。钢桁梁预拱度的设置一般通过伸缩单元杆件来实现。大跨度钢桁梁多为高次超

静定结构,其预拱度设置直接影响到桥梁的正常使用,并且在超静定结构内部还会产生不利的附加内力。许多学者在预拱度设置的计算方法上展开了诸多研究。陈小佳等人^[2-3]提出了几何法,根据钢桁梁的几何关系推算预拱度与上弦杆、下弦杆节点螺杆孔距之间的数学关系,往往需要反复

收稿日期: 2020-09-01

基金项目: 湖南省自然科学基金资助项目(2019JJ40313)

作者简介: 李茂侬(1996—),男,长沙理工大学硕士生。

试算才能与理论预拱度曲线相吻合, 但仅适用于结构相对简单的钢桁梁桥。李佳莉等人^[4-7]提出升降温法, 通过将杆件的长度伸缩等效为温度的升降, 控制节点位移逐步逼近理论预拱度。对于内部多次超静定结构的大跨度钢桁梁, 采用升降温法必定引起结构的附加内力, 通常需要建立优化模型, 求解冗长的约束方程^[8-9]。无应力状态起拱法是以相对预拱度作为输入参数, 杆件伸缩量作为输出值, 其推导的节点位移与单元杆件伸缩量之间的关系是利用无应力状态法力学平衡方程得到, 该表达式是不包含物理力学参数的纯几何表达式, 预拱度设置过程中不会产生附加内力。启联^[8]借助无应力状态起拱法, 验证了该预拱度设置方法在4根杆件组成单独节间的柏式钢桁梁中是可靠的。本研究利用分阶段成形结构平衡方程^[10], 推导无应力起拱法设置预拱度的杆件伸缩量计算公式, 验证该方法在5根杆件组成单独节间的上弦杆倾斜变高度桁架梁中具有同样的适用性。

1 分阶段成形结构平衡方程

单元杠杆如图1所示, 杆单元e的截面面积为A, 单元杆件初始状态长度为l, 无应力长度为 l_0 。杆单元在外荷载作用下, 由水平位置变化至图1中的最终状态位置。 u_i 、 v_i 、 u_j 、 v_j 以及 θ_i 、 θ_j 分别为杆单元i、j两端在局部坐标系下的水平位移、竖向位移以及杆端单元坐标系与整体坐标系之间的夹角。考虑几何非线性杆单元e最终状态的应变为:

$$\varepsilon = \frac{1}{l} (-u_j + u_i) + \frac{1}{2l^2} (-v_j + v_i)^2 + \frac{\Delta l_0}{l} \quad (1)$$

相应的杆件应变势能 \bar{U}^e 为:

$$\bar{U}^e = \frac{E}{2} \int_V \varepsilon^2 dV = \frac{EA}{2} \int_0^l \varepsilon^2 dx \quad (2)$$

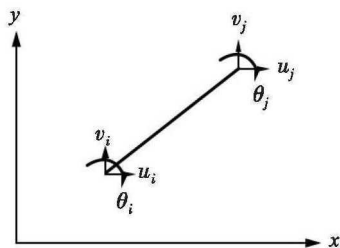


图1 杆单元最终状态

Fig. 1 Final state of rod element

式中: E 表示杆件刚度; V 表示杆件位置变化。

根据最小势能原理, 把整个结构离散为 m 个单元, 最小势能的表达式为:

$$\Pi = U - W = \sum_{e=1}^m U^e - \sum_{e=1}^m \{\delta\}^T \{P\}^e \quad (3)$$

式中: U 为系统具有的势能; W 为系统运动克服耗散力所做的功; U^e 为单独杆件的应变势能; $\{\delta\}$ 为节点在整体坐标系下的位移列阵; $\{P\}^e$ 为等效节点荷载。

考虑局部坐标系与整体坐标系的转换关系:

$$\{\bar{\delta}\} = T \{\delta\} \quad (4)$$

$$T = \begin{bmatrix} c & s & 0 & 0 \\ -s & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & s \\ 0 & 0 & -s & c \end{bmatrix} \quad (5)$$

其中, $c = \cos \alpha$ 、 $s = \sin \alpha$, α 为整体坐标系与局部坐标系之间的夹角。将式(4)代入式(2)中, 可获得整体坐标系下基于几何非线性效应^[11]的分阶段成形结构平衡方程:

$$\sum_{i=1}^m [k_i]^e \{\delta\} = K \{\delta\} = \{P\} + \sum_{i=1}^m \{P_0\}^e \quad (6)$$

其中,

$$[k_i]^e = \frac{EA}{l} \begin{bmatrix} c^2 - \frac{3\theta}{2}cs + \frac{\theta^2}{2}s^2 & (1 - \frac{\theta^2}{2})cs + \theta c^2 - \frac{\theta}{2}s^2 & -c^2 + \frac{3\theta}{2}cs - \frac{\theta}{2}s^2 & (\frac{\theta^2}{2} - 1)cs - \theta c^2 + \frac{\theta}{2}s^2 \\ (1 - \frac{\theta^2}{2})cs + \frac{\theta^2}{2}c^2 - \theta s^2 & -c^2 + \frac{3\theta}{2}cs - \frac{\theta}{2}s^2 & \frac{\theta^2}{2}c^2 + \frac{3\theta}{2}cs + s^2 & (-1 + \frac{\theta^2}{2})cs - \theta c^2 + \frac{\theta}{2}s^2 \\ (\frac{\theta^2}{2} - 1)cs - \frac{\theta}{2}c^2 + \theta s^2 & c^2 - \frac{3\theta}{2}cs + \frac{\theta}{2}s^2 & -\frac{\theta}{2}c^2 - \frac{3\theta}{2}cs - s^2 & (-\frac{\theta^2}{2} + 1)cs + \theta c^2 - \frac{\theta}{2}s^2 \\ (-1 + \frac{\theta^2}{2})cs - \frac{\theta^2}{2}c^2 + \theta s^2 & -\frac{\theta^2}{2}c^2 - \frac{3\theta}{2}cs - s^2 & (-\frac{\theta^2}{2} + 1)cs + \theta c^2 - \frac{\theta}{2}s^2 & \frac{\theta}{2}c^2 + \frac{3\theta}{2}cs + s^2 \end{bmatrix}$$

$$\{P_0\}^e = \frac{EA}{l} \Delta L_{0i} \begin{Bmatrix} c - \theta s \\ s + \theta c \\ -c + \theta s \\ -s + \theta c \end{Bmatrix}.$$

2 无应力状态起拱法

2.1 预拱度设置原理

无应力状态起拱法是直接以无应力状态力学平衡条件建立节点位移与杆件伸缩量之间的关系, 是一种以节间下弦节点的相对预拱度为输入参数, 杆件的伸缩量为输出值, 最终达到合理预拱度曲线^[12]的起拱方法。

上弦杆、下弦杆、竖杆、斜腹杆分别作为一个独立的杆单元, 相邻节间的上、下弦杆直接的约束均为铰接约束。节间高度为 h , 宽度为 l , 节点单元编号参数如图2所示, 杆件的面积、刚度、长度分别为 A_i 、 E_i 、 L_i 。

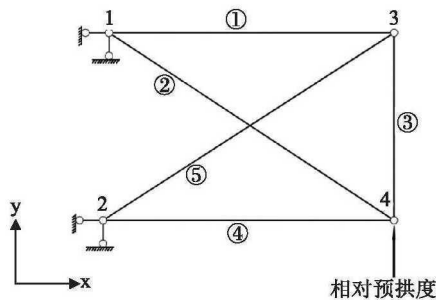


图2 无应力状态起拱法示意

Fig. 2 Schematic diagram of arch camber method at unstress state

单个节间无应力状态力学平衡方程^[9-10]为:

$$\left(\sum_{i=1}^4 K_i\right) S = \sum_{i=1}^4 F_{0i} + P. \quad (7)$$

式中: K_i 为整体坐标系下第 i 根杆件的单元刚度矩阵; S 为钢桁梁节点位移列矩阵; F_{0i} 为第 i 根杆件无应力状态量改变所引起的荷载附加项。 P 为结构外荷载列阵, 对于预拱度设置, 此项取零。

$$K_i = \begin{bmatrix} g_i c_i^2 & g_i c_i s_i & -g_i c_i^2 & -g_i c_i s_i \\ g_i c_i s_i & g_i s_i^2 & -g_i c_i s_i & -g_i s_i^2 \\ -g_i c_i^2 & -g_i c_i s_i & g_i c_i^2 & g_i c_i s_i \\ -g_i c_i s_i & -g_i s_i^2 & g_i c_i s_i & g_i s_i^2 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

$$S = [u_1 \quad v_1 \quad u_2 \quad v_2 \quad u_3 \quad v_3 \quad u_4 \quad v_4]. \quad (9)$$

$$P_{0i} = [g_i c_i \Delta L_i \quad g_i s_i \Delta L_i \quad -g_i c_i \Delta L_i \quad -g_i s_i \Delta L_i]^T. \quad (10)$$

式中: $c_i = \cos \theta_i$, $s_i = \sin \theta_i$, θ_i 为杆件 i 与整体坐

标系之间的夹角; v_4 为相邻节间需要设置的相对预拱度; $g_i = E_i A_i / L_i$; ΔL_i 为第 i 根杆件的伸缩量; u_i 、 v_i 为 i 节点的竖向和横向的强制位移。

引入边界条件:

$$u_1 = v_1 = u_2 = v_2 = 0. \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} g_1 c_1^2 + g_2 c_2^2 + g_3 c_3^2 & g_1 c_1 s_1 + g_2 c_2 s_2 + g_3 c_3 s_3 \\ g_1 c_1 s_1 + g_2 c_2 s_2 + g_3 c_3 s_3 & g_1 s_1^2 + g_2 s_2^2 + g_3 s_3^2 \\ -g_3 c_3^2 & -g_3 c_3 s_3 \\ -g_3 c_3 s_3 & -g_3 s_3^2 \\ -g_3 c_3^2 & -g_3 c_3 s_3 \\ -g_3 c_3 s_3 & -g_3 s_3^2 \\ g_3 c_3^2 + g_4 c_4^2 + g_5 c_5^2 & g_3 c_3 s_3 + g_4 c_4 s_4 + g_5 c_5 s_5 \\ g_3 c_3 s_3 + g_4 c_4 s_4 + g_5 c_5 s_5 & g_3 s_3^2 + g_4 s_4^2 + g_5 s_5^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_3 \\ v_3 \\ u_4 \\ v_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -g_1 c_1 \Delta L_1 - g_2 c_2 \Delta L_2 - g_3 c_3 \Delta L_3 \\ -g_1 s_1 \Delta L_1 - g_2 s_2 \Delta L_2 - g_3 s_3 \Delta L_3 \\ g_3 c_3 \Delta L_3 - g_4 c_4 \Delta L_4 - g_5 c_5 \Delta L_5 \\ g_3 s_3 \Delta L_3 - g_4 s_4 \Delta L_4 - g_5 s_5 \Delta L_5 \end{bmatrix}. \quad (12)$$

对式(12)进行初等变换化简:

$$\begin{bmatrix} -c_1 & -s_1 & 0 & 0 \\ -c_2 & -s_2 & 0 & 0 \\ -c_3 & -s_3 & c_3 & s_3 \\ 0 & 0 & -c_4 & -s_4 \\ 0 & 0 & -c_5 & -s_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_3 \\ v_3 \\ u_4 \\ v_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta L_1 \\ \Delta L_2 \\ \Delta L_3 \\ \Delta L_4 \\ \Delta L_5 \end{bmatrix}. \quad (13)$$

将式(13)转换成杆件伸缩量与节点位移之间的关系式:

$$\begin{cases} \Delta L_1 = -u_3 c_3 - v_3 s_3; \\ \Delta L_2 = -u_3 c_2 - v_3 s_2; \\ \Delta L_3 = (u_4 - u_3) c_3 + (v_4 - v_3) s_3; \\ \Delta L_4 = -u_4 c_4 - v_4 s_4; \\ \Delta L_5 = -u_4 c_5 - v_4 s_5. \end{cases} \quad (14)$$

式(14)为无应力状态起拱法推导的杆件伸缩量数学公式。因为式(14)中无力学参数, 所以按照该方法设置预拱度不会在结构内部产生附加内力。

2.2 伸缩量计算

针对图1节间构成的桁架结构, 采用伸缩杆1及杆5的方式可达到起拱目的。即:

$$\Delta L_2 = \Delta L_3 = \Delta L_4 = 0. \quad (15)$$

杆件伸缩示意图如图3所示, 杆1及杆5发生伸缩时, 剩余3根杆件将组成一个三角形刚体, 图3中的阴影部分将不发生形状变化, 仅发生刚体转动。图中①~⑤杆件编号、1~4节点编号。

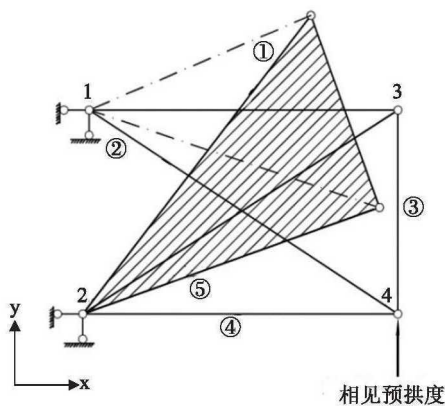


图3 杆件伸缩示意

Fig. 3 Schematic diagram of rod expansion and contraction

由 $\Delta L_4 = -u_4 c_4 - v_4 s_4 = 0$, 可得:

$$u_4 = -v_4 s_4 / c_4 \quad (16)$$

由 $\Delta L_3 = (u_4 - u_3) c_3 + (v_4 - v_3) s_3 = 0$, 可得:

$$u_3 c_3 + v_3 s_3 = u_4 c_3 + v_4 s_3 \quad (17)$$

由 $\Delta L_2 = -u_3 c_2 - v_3 s_2 = 0$, 可得:

$$u_3 c_2 + v_3 s_2 = 0 \quad (18)$$

联立式 (14) ~ (18) 可得杆 1、杆 5 伸缩量
计算公式为:

$$\Delta L_1 = \frac{(c_1 s_2 - s_1 c_2)(s_3 - c_3 s_4 / c_4)}{c_2 s_3 - s_2 c_3} v_4 \quad (19)$$

$$\Delta L_5 = -u_4 c_5 - v_4 s_5 = v_4 t_4 c_5 - v_4 s_5 \quad (20)$$

3 算例

3.1 工程概况

某大跨径桁架连续梁桥总长度（桥台轴承中心到中心距离）为 550 m，主桥（130 m+290 m+130 m）钢桁梁为竖杆垂直且上弦杆倾斜的变高桁架，桥面净宽 10.200 m，桁架中心轴宽 12.600 m，主塔桁架高 63.104 m，跨中截面高 18.320 m，桁架端支点截面高 17.762 m。各杆件采用箱形截面，桥面系由工字型横梁、纵梁和钢管剪刀撑组成。

取桥梁左半跨进行分析，结构立面示意图如图 4 所示。下弦节点由左至跨中编号为 B0-B21,上弦节点由左至右编号为 A1-A21。

3.2 计算分析

运用无应力状态起拱法进行预拱度设置时，输入参数为相邻节间的相对预拱度，即两弦杆绝对预拱度的差值。

利用 Midas/Civil 建立钢桁梁桥模型，取结构恒载挠度及 1/2 活载挠度叠加的负值作为结构理论预拱度。理论预拱度曲线如图 5 所示。由理论预拱度曲线计算得到相对预拱度 v_4 ，将 v_4 代入公式 (19) ~ (20) 可求得杆件伸缩值见表 1~2。

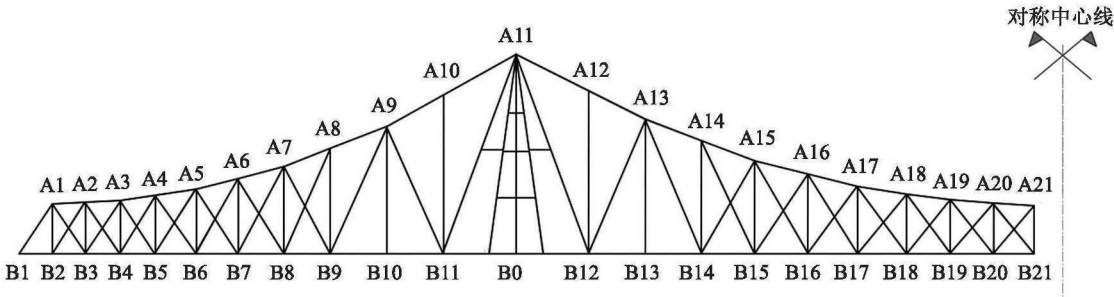


图4 结构立面示意

Fig. 4 Structural elevation diagram

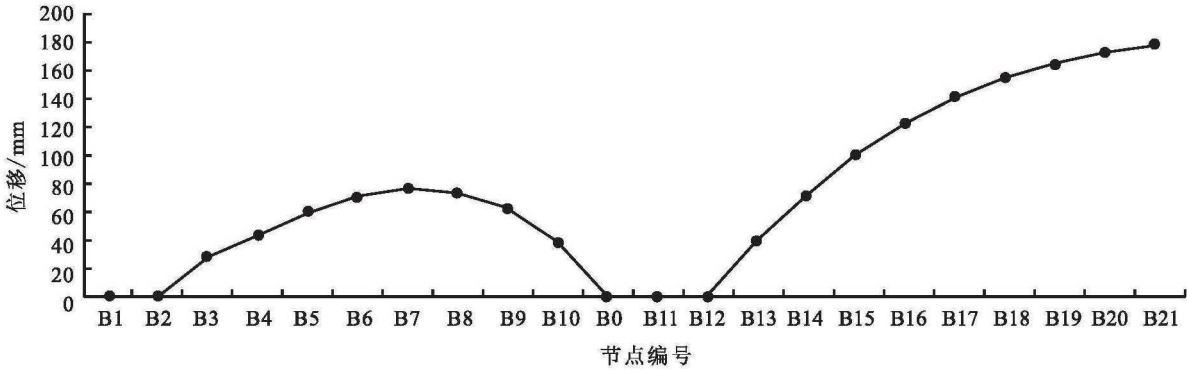


图5 理论预拱度曲线

Fig. 5 Theoretical camber curve

表1 上弦杆伸缩值
Table 1 Expansion value of top chord

杆件号	相对预拱度/mm		本研究计算值/mm		设计值/mm		与设计值之差/mm	
	A	B	A	B	A	B	A	B
A20-A21	6.00	6.00	-4.87	-4.66	-5.00	-5.00	0.13	0.34
A19-A20	7.00	7.00	-0.81	-1.00	-1.00	-1.00	0.19	0.00
A18-A19	9.00	9.00	-2.11	-1.53	-2.00	-2.00	-0.11	0.47
A17-A18	14.00	14.00	-4.20	-4.68	-4.00	-5.00	-0.20	0.32
A16-A17	18.00	18.00	-5.09	-3.72	-5.00	-4.00	-0.09	0.28
A15-A16	23.00	23.00	-5.20	-5.26	-5.00	-5.00	-0.20	-0.26
A14-A15	27.00	27.00	-6.02	-4.00	-6.00	-4.00	-0.02	0.00

计算结果表明：无应力状态起拱法对于上弦杆倾斜的变高度钢桁梁起拱计算的应力状态起拱法设置预拱度是可靠的。由设置方法得到的杆件伸缩值满足工程单位精度要求，且与设计值是完全吻合的。

4 结论

针对 5 根杆件组成单独节间的下承式钢桁梁桥，基于无应力状态起拱法计算出各杆件的伸缩量。得出结论为：

- 1) 无应力状态起拱法设置预拱度是一种纯几何方法，不会引起附加内力，计算精度高且计算过程更加简单。
- 2) 针对本算例的 5 根杆件，组成单独节间的桁架结构，在自重及二期荷载作用下，其跨中预拱度为 175 mm，计算得到的杆件伸缩值误差在 1 mm 内。

参考文献(References)：

[1] 中国人民共和国铁道部. 铁路桥梁钢结构设计规范:TB 10002.2—2005[S]. 北京：中国铁道出版社，2005. (Ministry of Railways of the People's Republic of China. Code for design on steel structure of railway bridge:TB 10002.2—2005[S]. Beijing: China Railway Publishing House, 2005. (in Chinese))

[2] 陈小佳, 崔太雷, 封仁博. 基于几何正装法的 N 式钢桁梁桥预拱度设置研究[J]. 铁道建筑, 2017, 57(1): 72-75. (CHEN Xiao-jia, CUI Tai-lei, FENG Ren-bo. Study on Pre-camber setting for N-type steel truss bridge based on Geometric-forward-installation method[J]. Railway Engineering, 2017, 57(1): 72-75.(in Chinese))

[3] 万明坤. 钢桁梁起拱方法的探讨[J]. 长沙铁道学院学

报, 1981(1): 43-58. (Wan Ming-kun. Discussion on arching method of steel truss beam[J]. Journal of Changsha Railway Institute, 1981(1):43-58.(in Chinese))

[4] 李佳莉, 张谢东, 陈卫东, 等. 基于多目标规划的连续钢桁梁预拱度设置研究[J]. 武汉理工大学学报: 交通科学与工程版, 2016, 40(2): 360-364. (LI Jia-li, ZHANG Xie-dong, CHEN Wei-dong, et al. Multi-objective programming based study on pre-camber setting of steel truss continuous girder bridge[J]. Journal of Wuhan University of Technology: Transportation Science & Engineering, 2016, 40(2): 360-364.(in Chinese))

[5] 蔡禄荣. 大跨度钢桁架拱桥预拱度设置及拼装误差理论研究[D]. 广州: 华南理工大学, 2012. (CAI Lu-rong. Theoretical research on camber setting and installation error of long-span steel trussed arch bridges[D]. Guangzhou: South China University of Technology, 2012. (in Chinese))

[6] 向律楷, 鄢勇, 袁明, 等. 钢桁梁预拱度设置方法研究[J]. 四川建筑, 2015, 35(1): 150-153. (XIANG Lü-kai, YAN Yong, YUAN Ming, et al. Study on precambe stting method of steel truss beam[J]. Sichuan Architecture, 2015, 35(1): 150-153.(in Chinese))

[7] 严永阳. 悬臂施工中连续钢桁梁桥结构性能分析与控制技术研究[D]. 南京: 东南大学, 2018. (YAN Yong-yang. Structural performance analysis and control technology of continuous steel truss bridge during cantilever construction[D]. Nanjing: Southeast University, 2018. (in Chinese))

[8] 但启联. 基于无应力状态控制法的钢桁梁桥起拱研究[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2018, 39(12): 1941-1946. (DAN Qi-lian. Pre-camber setting of truss bridge based unstressed state control method[J]. Journal of Harbin Engineering University, 2018, 39(12): 1941-1946. (in Chinese))

- [9] 严永阳. 悬臂施工中连续钢桁梁桥结构性能分析与控制技术研究[D]. 南京: 东南大学, 2018. (YAN Yong-yang. Structural performance analysis and control technology of continuous steel truss bridge during cantilever construction[D]. Nanjing: Southeast University, 2018. (in Chinese))
- [10] 但启联. 基于无应力状态控制法的分阶段成形桥梁结构线形控制理论及应用[D]. 成都: 西南交通大学, 2017. (DAN Qi-lian. Alignment controlling theory and application of bridge structure formed in stages based on unstressed state control method[D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2017. (in Chinese))
- [11] 吕毅刚, 余钱华, 张建仁. 高墩大跨桥梁空间几何非线性分析[J]. 长沙理工大学学报: 自然科学版, 2004, 1(2): 28-33. (LYU Yi-gang, YU Qian-hua, ZHANG Jian-ren. Spatial geometrical nonlinear analysis of large-span bridge with high-pier[J]. Changsha University of Science & Technology: Natural Science, 2004, 1(2): 28-33. (in Chinese))
- [12] 彭召明, 余钱华. 张罗公路河溪镇石拱桥贝雷拼装拱支架设计与施工[J]. 长沙交通学院学报, 2004, 20(2): 30-33. (PENG Zhao-ming, YU Qian-hua. Design and construction of arch bracket through steel joist in constructing stone arch bridge at Zhangluo road, Hexi town[J]. Journal of Changsha Communications University, 2004, 20(2): 30-33. (in Chinese))
- [11] 吕毅刚, 余钱华, 张建仁. 高墩大跨桥梁空间几何非线性

(上接第 57 页)

- Research on bearing modes of compound middle-wall of multi-arch tunnels with large spans[J]. Modern Tunnelling Technology, 2020, 57(1): 136-141. (in Chinese))
- [14] 王海强, 张成良, 刘忠强, 等. 不同开挖错距条件下偏压连拱隧道围岩及中隔墙应力变化规律分析[J]. 世界科技研究与发展, 2016, 38(5): 1024-1028, 1066. (WANG Hai-qiang, ZHANG Cheng-liang, LIU Zhong-qiang, et al. Analysis on stress variation rules of bias multi-arch tunnel surrounding rock and middle partition wall under different excavation conditions[J]. World Sci-Tech R & D, 2016, 38(5): 1024-1028, 1066. (in Chinese))
- [15] 庄宁, 朱苦竹, 李军伟. 偏压连拱隧道施工的动态模拟及最优化分析[J]. 岩土力学, 2009, 30(9): 2875-2880. (ZHUANG Ning, ZHU Ku-zhu, LI Jun-wei. Research on partial pressure joint arch tunnel's dynamic simulation and optimum analysis of construction process[J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, 30(9): 2875-2880. (in Chinese))