

文章编号: 1674-599X(2021)03-0078-07

移动荷载速度对薄壁箱梁剪力滞效应的影响

兰玮琦, 李梦瑶, 姚激

(昆明理工大学 建筑工程学院, 云南 昆明 650500)

摘要: 为研究薄壁箱梁在动荷载作用下的剪力滞效应, 基于能量变分法推导了翼缘板正应力计算公式, 并采用 ANSYS 有限元软件进行了验证。利用 ANSYS 建立不同跨宽比、不同移动荷载速度、不同荷载工况的单箱三室薄壁箱梁空间板壳模型, 计算移动荷载作用到跨中的翼缘板正应力值, 研究了移动荷载作用下简支薄壁箱梁桥的剪力滞效应。分析结果表明: 剪力滞系数随着移动荷载速度的增加而增加, 当移动荷载的速度达到 3 m/s 时, 薄壁箱梁的剪力滞系数会达到峰值, 随后减小。

关键词: 剪力滞效应; 薄壁箱梁; 移动荷载速度; 能量变分法

中图分类号: U448.21+7

文献标志码: A

DOI: 10.16544/j.cnki.cn43-1494/u.2021.03.012

Impact of speed of moving load on shear lag effect of thin-walled box girder

LAN Wei-qi, LI Meng-yao, YAO Ji

(School of Construction Engineering, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650500, China)

Abstract: In order to study the shear lag effect of thin-walled box girder under dynamic load, the normal stress formula of the flange plate derived from the energy variation method was verified by the finite element software ANSYS. And the numerical model of single-box thin-walled box girder with three-chamber was established. Then the impact of span-to-width ratios, load moving speeds, and load conditions on shear lag effect was analyzed. The normal stress of the flange plates was calculated induced by moving loads acting on the mid span. The results show that the shear lag coefficient increases with the increase of the moving load speed. When the moving load speed reaches to 3m/s, the shear lag coefficient of the thin-walled box girder will approach the peak and then decrease.

Key words: shear lag effect; thin-walled box girder; moving load speed; calculus of variations

薄壁箱梁因具有依需要可改变截面的厚度、截面形式和造价便宜等优势, 被广泛应用于城市桥梁的建设之中。薄壁箱梁承受竖向荷载产生竖向挠曲变形时, 上、下翼缘板产生剪切变形, 而腹板在上、下翼缘板之间传递剪力流过程中, 由于应力集中而导致翼缘板纵向位移沿桥宽方向不均匀的变化, 这种现象叫作剪力滞效应。刘世忠等人^[1]考虑了横向力做功引起的横向剪切变形, 根据最小势能原理, 建立了考虑横向剪切变形的薄壁箱梁剪力滞控制微分方程。肖军等人^[2]将纵向位移翘曲函数假定为抽象函数, 根据能量变分法建

立了箱梁剪力滞控制微分方程。蔺鹏臻等人^[3-5]根据不同箱梁翼板剪力流之间的差异, 在选取纵向位移翘曲函数时考虑了翼板剪切最大变形差的影响, 引入修正系数, 建立了基于能量变分的剪力滞控制微分方程。张元海等人^[6-8]把剪力滞效应引起的附加挠度作为广义位移, 构造多参数修正的纵向位移翘曲函数, 把薄壁箱梁的剪力滞变形作为一种基本变形, 从初等梁挠曲变形中独立, 并根据能量变分法建立箱梁剪力滞控制微分方程。这些研究都考虑了翼缘板的剪切变形对剪力滞效应的影响, 但是在实际桥梁工程中, 荷载大都

收稿日期: 2020-06-15

作者简介: 兰玮琦(1996—), 男, 昆明理工大学硕士生。

是动荷载^[9]。刘建新等人^[10]利用能量变分法, 推导出简支薄壁箱梁强迫振动方程, 建立了任意荷载下的强迫振动微分方程解的差分格式。蔡恒等人^[11]考虑剪力滞效应对自振频率的影响, 通过能量变分法和哈密顿原理, 建立了薄壁箱梁的形变势能和振动动能表达式, 推导得到薄壁箱梁的不同翼缘板纵向位移函数的微分方程, 并利用伽辽金法进行近似求解。但是对移动荷载作用下剪力滞效应的研究较少。因此, 作者拟依据 Reissner^[12]建立的剪力滞位移控制微分方程进行翼缘板板宽的修正, 推导出翼缘板正应力计算公式来验证有限元模型; 采用有限元法建立不同跨宽比的薄壁箱梁有限元模型, 并分析不同移动荷载速度对箱梁剪力滞效应的影响。

1 基于变分法的剪力滞效应基本原理

1.1 基本假定

Reissner采用二次抛物线分布位移函数研究了闭口箱梁的剪力滞位移, 但作者拟对单箱三室的薄壁箱梁进行研究。因为悬臂板的存在, 翼缘板的纵向位移与闭口箱梁有所不同, 若按照统一的纵向位移函数, 则所求得翼缘板悬臂端的应力值与实际值有所差别。所以考虑将薄壁箱梁悬臂部分的纵向位移函数依据翼缘板的剪切变形规律在原有的翼缘板纵向位移函数的基础上进行修正。假定为: ①在考虑剪力滞效应时, 截面中性轴仍然通过截面形心; ②不计阻尼的影响, 所有材料均处于线弹性状态; ③翼板纵向位移沿宽度方向按三次抛物线分布; ④箱梁截面处于对称弯曲状态。

1.2 剪滞微分方程推导

大多数研究者的纵向位移函数均可表示为:

$$U_i = h_i \left[\frac{dw}{dx} + f_j(y)u(x) \right]. \quad (1)$$

式中: U_i 为上下翼缘板纵向位移函数; $w(x)$ 为竖向挠度; $u(x)$ 板和翼缘板中心之间的剪切变形最大差值; $f_j(y)$ 为 $u(x)$ 的分布函数; h_i 为上、下翼缘板到箱梁截面形心之间的距离。顶板和底板的厚度分别用 $i = u$ 和 $i = b$ 表示, 顶板, 翼缘板和底板的宽度分别用 $j = 1$ 、 $j = 2$ 和 $j = 3$ 表示。

因为悬臂板的纵向位移与薄壁箱梁顶板的变

化不同步, 所以悬臂板和顶板共同承受剪切力。根据剪力流分布规律^[3-4]可以得到, 剪力流在薄壁箱梁之间的传递是按照翼缘板的面积来分配。由于薄壁箱梁的板厚相对于宽度可忽略不计, 所以本研究假设剪力流近似按照薄壁箱梁的板宽来分配。本研究对象和箱梁的剪力流分布如图1~2所示。图1~2中的 b_1 、 b_2 分别为顶板和悬臂板长度, t_w 、 t_b 分别为腰板和翼缘板的厚度, $Q_1 \sim Q_4$ 分别代表悬臂板、顶板、腹板和底板的剪力流。

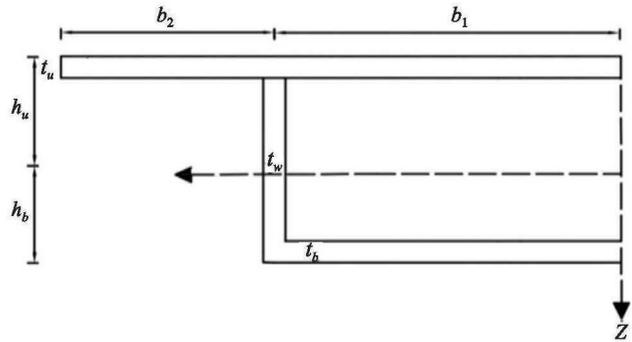


图1 箱梁截面

Fig. 1 Box beam section

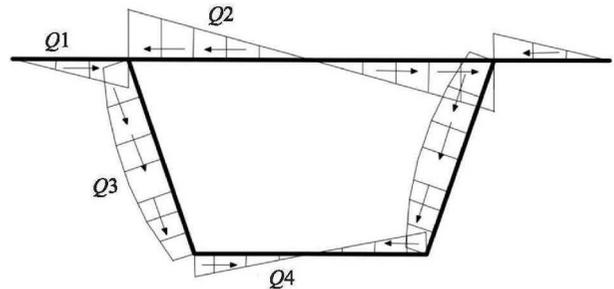


图2 剪力流分布示意

Fig. 2 Shear flow distribution

翼缘板的纵向位移函数为:

$$U_i = h_i \left[\frac{dw}{dx} + \left(1 - \frac{y^2}{b_j^2}\right)u(x) \right]. \quad (2)$$

悬臂板的纵向位移函数为:

$$U_i = h_u \left[\frac{dw}{dx} + \left(1 - \frac{(b_1 + b_2 - y)^2}{b_2^2}\right) \frac{b_2}{b_1} u(x) \right]. \quad (3)$$

上下翼缘板纵向正应变为:

$$\varepsilon_i = \frac{\partial U_i}{\partial x} = h_i \left[w'' + f_j(y)u'(x) \right]. \quad (4)$$

$$\text{式中: } w'' = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}; \quad u'(x) = \frac{\partial u(x)}{\partial x}.$$

翼缘板纵向切应变为:

$$\gamma_i = \frac{\partial U_i}{\partial y} = f_i'(y)u(x). \quad (5)$$

式中: $f'_i(y, z) = \frac{\partial f_i(y, z)}{\partial y}$.

腹板正应变为:

$$\varepsilon_w = h_i w'' \quad (6)$$

腹板切应变为:

$$\gamma_w = 0 \quad (7)$$

翼缘板势能为:

$$V_i = \frac{1}{2} \iiint (E\varepsilon_j^2 + G\gamma_j^2) dV \quad (8)$$

式中: E 是弹性模量; G 是剪切模量; ε_j 是顶板、翼缘板、腹板和底板的正应变; γ_j 是顶板、翼缘板、腹板和底板的切应变。

腹板势能为:

$$V_w = \frac{1}{2} \int EI_w \frac{d^2 w}{dx^2} dx \quad (9)$$

外力势能为:

$$W = \frac{1}{2} \int M(x) \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 dx \quad (10)$$

式中: $M(x)$ 为截面弯矩函数; I_w 板截面抗弯惯性矩。

将式(4)~(7)代入翼缘板势能得:

$$V_i = \frac{1}{2} \int E \left[I_{i_1} (w'')^2 + I_{i_2} w'' u' + I_{i_3} (u')^2 \right] + GI_{i_4} u'^2 dx \quad (11)$$

其中, $I_{i_1} = \int t_i h_i^2 dy$; $I_{i_2} = \int 2t_i h_i^2 f(y) dy$; $I_{i_3} = \int t_i h_i^2 f(y)^2 dy$; $I_{i_4} = \int t_i h_i^2 f'(y)^2 dy$; $I = I_{i_1} + I_w$ 。

体系总势能为:

$$\Pi = V_i + V_w - W \quad (12)$$

依据最小势能原理, 对式(12)求一阶变分, 令 $\delta\Pi = 0$, 引入广义截面特性 I, I_ϕ, I_z, A_ϕ ^[13] 分别为绕 y 轴的惯性矩、箱梁剪滞翘曲惯性矩、剪滞翘曲惯性积、剪滞翘曲面积。

$$\begin{aligned} \delta\Pi = & \int (M(x) + EIw'' + \frac{1}{2} EI_{z\phi} u') \delta w'' dx + \\ & \int (GA_\phi u - \frac{1}{2} EI_{z\phi} \dot{w} - EI_\phi u'') \delta u dx + \\ & \frac{1}{2} EI_{z\phi} w'' \delta u \Big|_{x_1}^{x_2} + EI_\phi u' \delta u \Big|_{x_1}^{x_2} = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

得到控制微分方程为:

$$\begin{cases} M(x) + EIw'' + \frac{1}{2} EI_{z\phi} u' = 0; \\ GA_\phi u - \frac{1}{2} EI_{z\phi} \dot{w} - EI_\phi u'' = 0; \\ (\frac{1}{2} EI_{z\phi} w'' + EI_\phi u') \delta u \Big|_{x_1}^{x_2} = 0. \end{cases} \quad (14)$$

通过对式(14)整理得:

$$\begin{cases} M(x) + EIw'' + \frac{1}{2} EI_{z\phi} u' = 0; \\ u'' - k^2 u = \frac{nM(x)}{EI}. \end{cases} \quad (15)$$

式中: n, k 为Reissner参数,

$$n = \left(\frac{I_\phi}{I_z} - \frac{I_{z\phi}}{I} \right)^{-1}, \quad k = \sqrt{\frac{GA_\phi u n}{EI_{z\phi}}}$$

应力为:

$$\begin{aligned} \sigma(x, y, z) = E\varepsilon = \\ Eh_i \left[\left(f(y) - \frac{I_{z\phi}}{I} \right) u' - \frac{M(x)}{EI} \right] \end{aligned} \quad (16)$$

1.3 模型验证

以15 m简支薄壁箱梁为例, ANSYS模型图如图3所示, 截面尺寸如图4所示, 上、下翼缘板厚14 mm, 腹板厚10 mm, 材料的弹性模量为 2.1×10^{11} Pa, 密度为 7850 kg/m^3 , 泊松比为0.3。承受跨中集中力 $F=15 \text{ kN}$ 。分别利用本研究模型和ANSYS有限元求解, 得到跨中截面翼缘板测点位置正应力值, 见表1。由表1可知, 本模型计算结果和ANSYS有限元计算结果基本一致, 计算精度能满足工程实际需要, 且本模型计算方法简便, 适用性强。同时也验证了ANSYS模型能够准确求解出翼缘板正应力。

表1 跨中截面纵向正应力对比表

测点位置/m	本模型/MPa	ANSYS模型/MPa
0	-2.96	-3.19
0.83	-3.05	-3.21
1.25	-3.06	-3.29
1.67	-3.02	-3.15
2.50	-2.85	-2.99
3.33	-2.72	-2.94
4.25	-2.36	-2.78

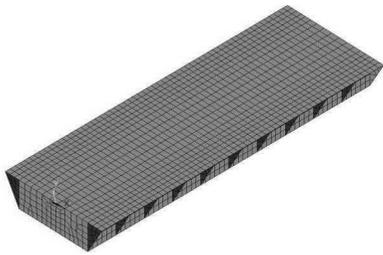


图3 ANSYS模型
Fig.3 ANSYS model

2 剪力滞效应及影响因素

2.1 剪力滞系数

通常在研究截面剪力滞效应时, 引入剪力滞系数, 反映截面的剪力滞效应的程度。

剪力滞系数为:

$$\sigma = \frac{\sigma_{实}}{\sigma_{初}} \quad (17)$$

式中: $\sigma_{实}$ 为梁在荷载作用下翼缘板的实际应力值; $\sigma_{初}$ 为据初等梁理论求解的翼缘板正应力值。

在初等梁理论求解的翼缘板正应力值的过程中, 由于本研究所施加荷载是动荷载, 参考了文献[14]的近似替代方法, 即翼缘板正应力值等效为翼缘板正应力图下面积除以翼缘板宽度。

2.2 有限元模型

利用 ANSYS 软件分别建立 15 : 10.5、20 : 10.5、25 : 10.5 3 种不同的跨宽比简支薄壁箱梁桥。采用 shell63 单元, 建模方式为自底向上, 边界条件为简支。为了模拟车辆在桥梁上的行驶, 采用阶跃荷载的形式, 用集中力模拟车轮, 车辆的前轴为 30 kN, 后轴为 70 kN, 轴距为 5 m。为了试验的进一步研究, 荷载分别以 1 m/s、2 m/s、3 m/s、4 m/s 的速度移动到跨中截面, 收集跨中截面翼缘板正应力值, 并求出剪力滞系数。移动荷载施加形式如图 4 所示。

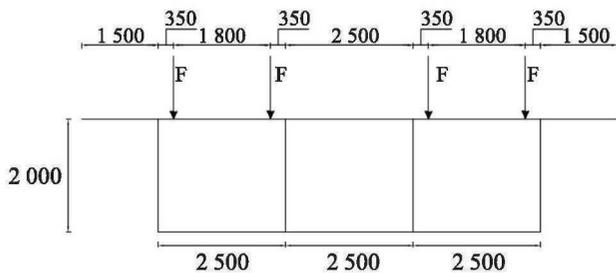
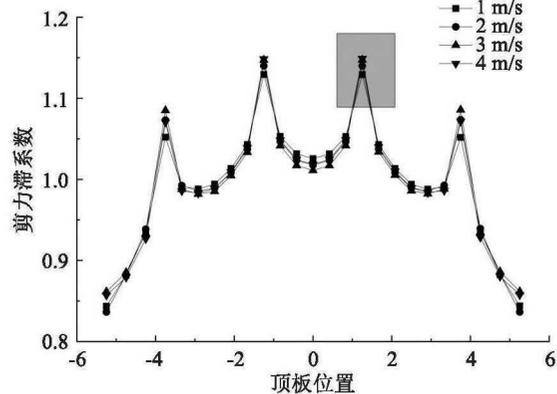
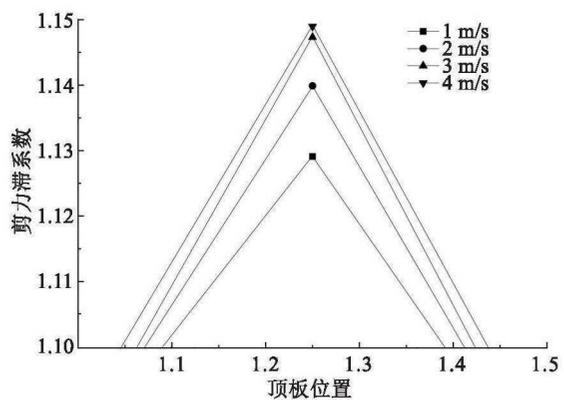


图4 移动荷载示意(单位: mm)
Fig. 4 Moving load signal(unit: mm)

在移动荷载作用下, 剪力滞系数如图 5~6 所示。本研究对象为单箱三室薄壁箱梁, 在移动荷载作用下, 剪力滞系数的峰值仍然在翼缘板与腹板交接处, 且向两侧递减, 这与已有的静剪力滞效应研究结论相同^[4]。不论荷载工况是偏载还是满载, 剪力滞系数在翼缘板和腹板交接处内侧的剪力滞系数都大于外侧的, 且荷载工况为偏载时的剪力滞系数会大于满载时的。本研究所加的移动荷载与桥梁的自重相对而言较小, 与实际情况相符。当荷载工况为满载时, 移动荷载以桥梁中心线对称分布, 剪力滞系数也以桥梁中心线对称。因为薄壁箱梁所承受的荷载对称, 结构也对称, 所以在翼缘板的中心处剪力最大, 这就造成了满载的剪力滞系数沿板宽呈对称分布。当荷载工况为偏载时, 由于移动荷载远小于桥梁自重, 按照初等梁理论求解的翼缘板正应力值, 略小于满载时所求得的, 此时偏载侧的实际应力值与满载时并无改变, 但是箱梁承受荷载非对称, 在偏载侧的翼缘板所承受的正应力相比于翼缘板整体的较大。由于剪力滞系数反映的是剪力滞效应影响的



(a) 满载作用



(b) 满载作用局部放大图

图5 满载作用下剪力滞系数

Fig. 5 Shear lag coefficient at the condition of full load

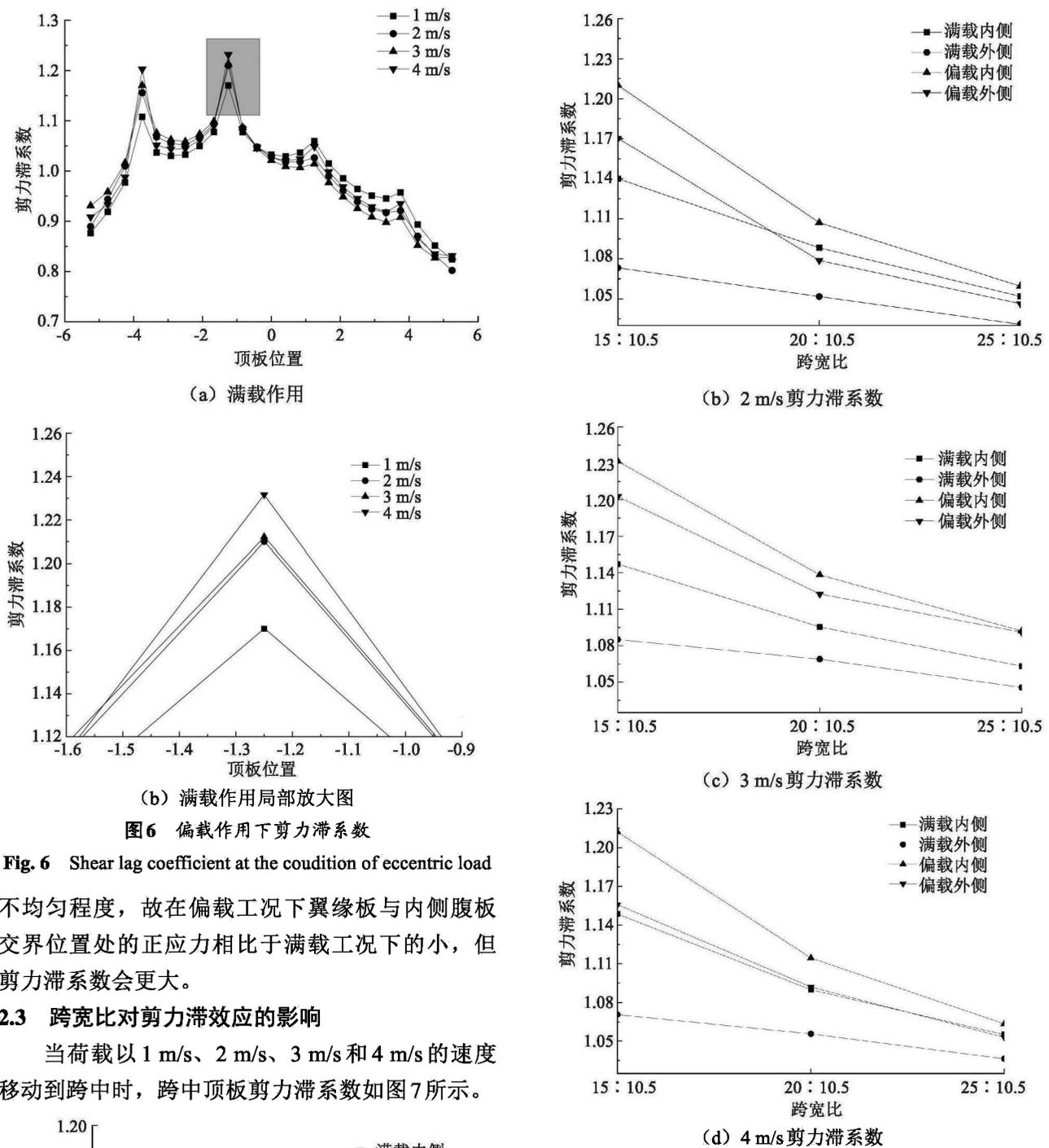


图6 偏载作用下剪力滞系数

Fig. 6 Shear lag coefficient at the condition of eccentric load

不均匀程度，故在偏载工况下翼缘板与内侧腹板交界位置处的正应力相比于满载工况下的小，但剪力滞系数会更大。

2.3 跨宽比对剪力滞效应的影响

当荷载以 1 m/s、2 m/s、3 m/s 和 4 m/s 的速度移动到跨中时，跨中顶板剪力滞系数如图 7 所示。

图7 跨宽比对剪力滞的影响

Fig. 7 The effect of span-to-width ratio on shear lag

从图7中可以看出：

1) 移动荷载速度一定，荷载工况为满载时，剪力滞系数沿顶板宽度方向呈对称分布。当荷载工况为偏载时，偏载侧的剪力滞系数明显大于未偏载侧的，且偏载侧内外腹板与顶板交界处的剪力滞系数大致相等。

2) 当移动荷载以一个速度匀速运动时，剪力滞系数随着宽跨比的升高而降低，剪力滞系数在

宽跨比 15 : 10.5~20 : 10.5 之间变化最大。如: 当移动荷载速度为 4 m/s, 车辆满载情况下, 宽跨比从 15 : 10.5~20 : 10.5 变化时, 内侧腹板的剪力滞系数为 1.147 0~1.089 9, 减少了 4.98%。宽跨比从 20 : 10.5~25 : 10.5 变化时, 内侧腹板的剪力滞系数为 1.089 9~1.055 0, 减少了 3.20%。从车辆偏载情况下, 宽跨比从 15 : 10.5~20 : 10.5 变化时, 内侧腹板的剪力滞系数为 1.212 2~1.114 5, 减少了 8.06%, 宽跨比从 20 : 10.5~25 : 10.5 变化时, 内侧腹板的剪力滞系数从 1.114 5~1.063 4, 减少了 4.58%。表明: 跨宽比越小, 剪力滞效应越明显, 而且剪力滞系数并不是随着跨宽比线性变化。由于随着跨宽比变大, 薄壁箱梁的受力状态从近似于四边简支板模型转化为简支梁模型, 横桥向受力趋近于一致, 相比于顺桥向的正应力不均匀程度较小, 故此时翼缘板的正应力沿板宽不均匀程度减小。同时, 翼缘板正应力大小还与薄壁箱梁的相对刚度有关, 但是箱梁的相对刚度并不是与跨宽比呈线性关系, 还与横隔板的块数、间距等相关。因此, 导致剪力滞系数并不是与跨宽比呈线性增加关系。

2.4 移动荷载速度对剪力滞效应的影响

当跨度一定时, 剪力滞系数随着速度的增加而增加。当速度为 3 m/s 时, 顶板剪力滞系数达到峰值, 且随着跨度的增加峰值效应会越明显。从图 8~10 可以看出, 当跨度为 15 m, 荷载工况为满载, 移动荷载速度为 2 m/s、3 m/s、4 m/s 时, 顶板内侧的剪力滞系数分别为 1.139、1.148、1.147, 变化率为 0.79%、-0.08%。当跨度为 20 m, 荷载工况为满载, 移动荷载速度为 2 m/s、3 m/s、4 m/s 时, 顶板内侧的剪力滞系数分别为 1.088、1.095、1.089, 变化率为 0.64%、-0.55%。当跨度为 25 m, 荷载工况为满载, 移动荷载速度为 2 m/s、3 m/s、4 m/s 时, 顶板内侧的剪力滞系数分别为 1.052、1.063、1.055, 变化率为 1%、-0.75%。表明: 跨度为 15~25 m 的薄壁箱梁, 当移动速度为 3 m/s 时, 顶板的剪力滞系数最大。这是当移动荷载作用于薄壁箱梁, 由于阻尼的存在, 桥梁处于有阻尼的受迫振动状态。在受迫振动体系中, 荷载频率与结构自振频率接近, 结构产生共振。当移动荷载以 3 m/s 在桥梁上匀速移动, 桥梁的自振频率和荷载频率接近, 故此时的动力反应最强, 剪力滞系数最大。

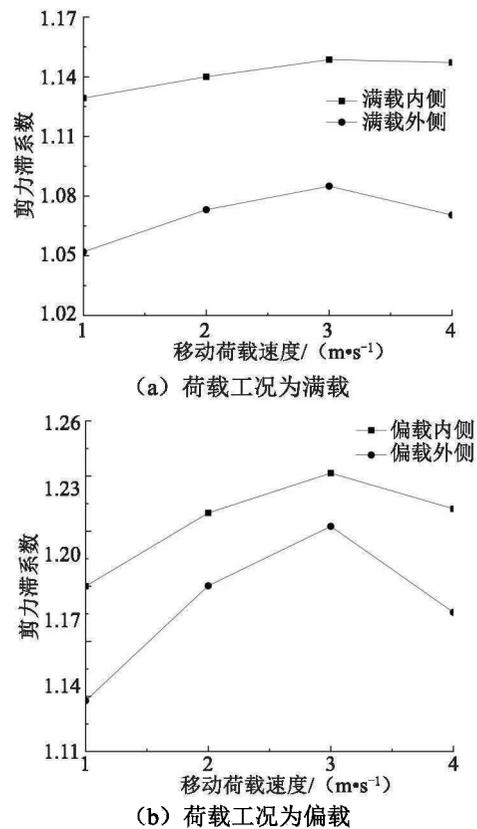


图 8 跨度 15 m 时, 不同速度剪力滞效应

Fig. 8 The shear lag effect of 15 m span beam at different speeds

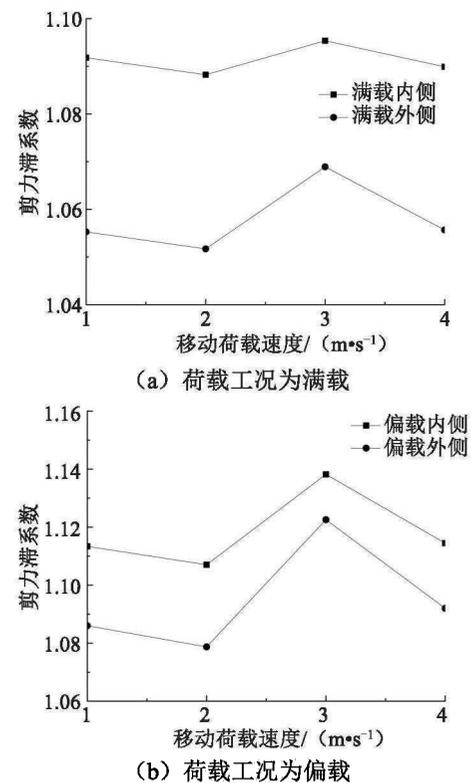


图 9 跨度 20 m 时, 不同速度剪力滞效应

Fig. 9 The shear lag effect of 20 m span beam at different speeds

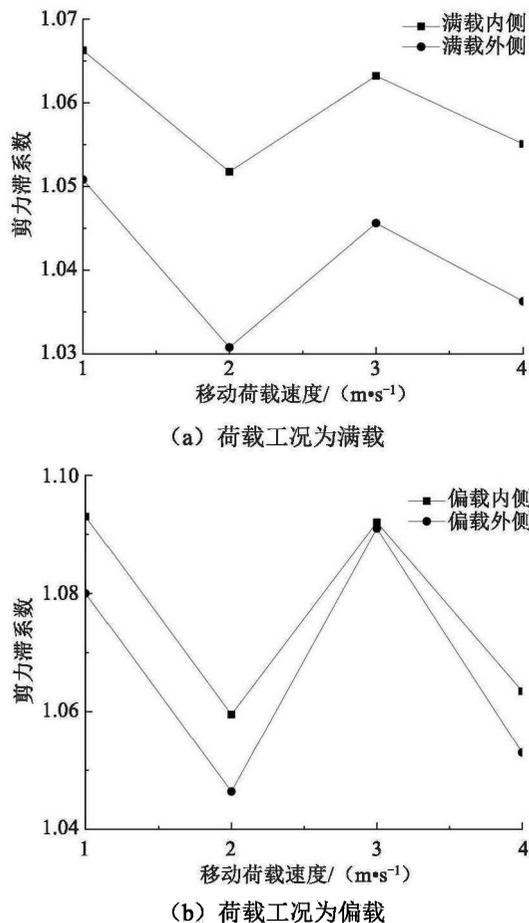


图10 跨度25 m时,不同速度剪力滞效应

Fig. 10 The shear lag effect of 20 m span beam at different speeds

3 结论

利用有限元法研究了荷载移动速度对剪力滞效应的影响,得到结论为:

1) 基于板宽对薄壁箱梁悬臂板纵向位移函数进行修正。根据能量变分法,得到翼缘板正应力求解公式。其计算结果与有限元结果基本一致,验证了该模型的正确。

2) 通过有限元法模型,对薄壁箱梁剪力滞效应的影响参数进行分析,表明:移动荷载的速度和跨宽比共同影响薄壁箱梁的剪力滞系数。移动荷载速度一定,跨宽比越大,薄壁箱梁剪力滞系数越小;跨宽比一定,单箱三室薄壁箱梁的剪力滞效应会在移动荷载速度为3 m/s达到峰值。

参考文献(References):

[1] 刘世忠,吴亚平,夏旻,等.薄壁箱梁剪力滞剪切变形双重

效应分析的矩阵方法[J].工程力学,2001,18(4):140-144, 122. (LIU Shi-zhong, WU Ya-ping, XIA Min, et al. Matrix analysis of thin-walled box girders with both shear lag and shear deformation[J]. Engineering Mechanics,2001,18(4):140-144,122. (in Chinese))

[2] 肖军,李小珍,刘德军,等.不同位移函数对箱梁剪力滞效应的影响[J].中国公路学报,2016,29(9):90-96. (XIAO Jun, LI Xiao-zhen, LIU De-jun, et al. Influence of different displacement functions on shear lag effect of box girders [J]. China Journal of High-way and Transport,2016,29(9): 90-96. (in Chinese))

[3] 蔺鹏臻,周世军.基于剪切变形规律的箱梁剪力滞效应研究[J].铁道学报,2011,33(4): 100-104. (LIN Peng-zhen, ZHOU Shi-jun. Analysis on shear-lag effect of box girders based on flange-slab shear deformation law[J]. Journal of the China Railway Society, 2011, 33(4): 100-104. (in Chinese))

[4] 蔺鹏臻,刘凤奎,杨军,等.箱梁剪滞翘曲位移函数的定义及其应用[J].计算力学学报,2012,29(5):789-794. (LIN Peng-zhen, LIU Feng-kui, YANG Jun, et al. Definition and Application of shear-Lag warping displacement functions for box girders[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics,2012,29(5):789-794. (in Chinese))

[5] 柳兴成,蔺鹏臻.波形钢腹板箱梁余弦剪滞函数引起的附加轴力分析[J].公路工程,2018,43(5):1-4. (LIU Xing-cheng, LIN Peng-zhen. Analysis of additional axial force induced by cosine shear lag function of box girder with corrugated steel webs[J]. Highway Engineering, 2018,43 (5): 1-4. (in Chinese))

[6] 张元海,胡玉茹,林丽霞.基于修正翘曲位移模式的薄壁箱梁剪力滞效应分析[J].土木工程学报,2015,48(6):44-50. (ZHANG Yuan-hai, HU Yu-ru, LIN Li-xia. Analysis on shear lag effect of thin-walled box girders based on a modified warping displacement mode[J]. China Civil Engineering Journal,2015,48(6):44-50. (in Chinese))

[7] 张元海,李琳,林丽霞,等.以附加挠度作为广义位移时薄壁箱梁剪力滞效应的梁段有限元分析[J].土木工程学报,2013,46(10):100-107. (ZHANG Yuan-hai, LI Lin, LIN Li-xia, et al. Beam-segment finite element analysis on shear lag effect of thin-walled box girder adopting additional deflection as generalized displacement[J]. China Civil Engineering Journal, 2013, 46(10): 100-107. (in Chinese))

[8] 张元海,林丽霞.薄壁箱梁剪力滞效应分析的初参数法 (下转第106页)

- (1): 75-78.(in Chinese))
- [15] 潘晓东, 陈丽焯. 直行非机动车避让右转车辆轨迹分析[J]. 交通科学与工程, 2011, 27(4): 56-61. (PAN Xiao-dong, CHEN Li-ye. The analysis of the track of no turning non-motorized vehicles when avoiding the vehicles turning right[J]. Journal of Transport Science and Engineering, 2011, 27(4): 56-61.(in Chinese))
- [16] 项乔君, 陆键, 卢川. 道路交通冲突分析技术及应用[M]. 北京: 科学出版社, 2008. (XIANG Qiao-jun, LU Jian, LU Chuan. Analysis technology and application of road traffic conflict[M]. Beijing: Science Press, 2008.(in Chinese))
-
- (上接第84页)
- [J]. 工程力学, 2013, 30(8): 205-211. (ZHANG Yuan-hai, LIN Li-xia. Initial parameter method for analyzing shear lag effect of thin-walled box girders[J]. Engineering Mechanics, 2013, 30(8): 205-211. (in Chinese))
- [9] 曹操, 李传习, 刘永明. 小半径曲线连续梁桥地震反应分析[J]. 交通科学与工程, 2018, 34(2): 64-70. (CAO Cao, LI Chuan-xi, LIU Yong-ming. Seismic response analysis of minor radius curve continuous beam bridge[J]. Journal of Transport Science and Engineering, 2018, 34(2): 64-70. (in Chinese))
- [10] 刘健新, 马麟, 胡庆安. 薄壁箱梁振动时的剪力滞效应[J]. 郑州大学学报(工学版), 2008, 29(3): 122-125. (LIU Jian-xin, MA Lin, HU Qing-an. The research of analysis method of Shear lag effect on forced vibration of thin-walled box-girder[J]. Journal of Zhengzhou University: (Engineering Science), 2008, 29(3): 122-125. (in Chinese))
- [11] 蔡恒, 卢海林, 汤正. 考虑剪力滞效应的曲线箱梁自振特性研究[J]. 世界地震工程, 2016, 32(4): 239-244. (CAI Heng, LU Hai-lin, TANG Zheng. Vibration properties research on curved box girder considering shear lag effects[J]. World Earthquake Engineering, 2016, 32 (4): 239-244. (in Chinese))
- [12] Reissner E. Analysis of shear lag in box beams by the principle of minimum potential energy[J]. Quarterly of Applied Mathematics, 1946, 4(3): 268-278.
- [13] 张元海, 李乔. 箱形梁剪滞效应分析中的广义力矩研究[J]. 铁道学报, 2007, 29(1): 77-81. (ZHANG Yuan-hai, LI Qiao. Study on the generalized moment in shear lag effect analysis of the box girder[J]. Journal of the China Railway Society, 2007, 29(1): 77-81. (in Chinese))
- [14] 卢海林, 蔡恒, 汤正. 移动荷载作用下薄壁曲线箱梁剪力滞效应分析[J]. 铁道建筑, 2016, 56(9): 14-18. (LU Hai-lin, CAI Heng, TANG Zheng. Analysis on shear lag effect of thin-walled curved box girder under moving load[J]. Railway Construction, 2016, 56(9): 14-18. (in Chinese))