

DOI:10.16544/j.cnki.cn43-1494/u.20211220001

文章编号:1674-599X(2023)03-0026-12

引用格式:谢浩,谢军,汤旭,等.基于路面不平整度的车辆动荷载影响分析[J].交通科学与工程,2023,39(3):26-37.

Citation:XIE Hao,XIE Jun,TANG Xu,et al. Influence analysis of vehicles dynamic load based on road roughness[J]. J. Transp. Sci. Eng.,2023,39(3):26-37.

基于路面不平整度的车辆动荷载影响分析

谢浩,谢军,汤旭,罗子扬

(长沙理工大学 交通运输工程学院,湖南 长沙 410114)

摘 要:为探讨在路面不平整度激励条件下对多轴重载车辆产生动荷载的影响,该研究从路表纵断面的波形状态入手,采用带有平衡悬架结构的三轴和四轴重载车辆模型,建立车辆振动模型的运动微分方程,采用动荷载均方根和动荷系数来分析不同路面工况和行驶工况对车辆动荷载的影响。研究表明:当车速在某范围内时,车辆系统的固有振动频率会接近路面不平整度的激励频率,导致动荷载达到最大。动荷系数一般在空载时最大,满载时次之,超载时最小,并应考虑车辆静荷载和动荷载的联合作用对路面结构的影响。车辆越重,其振动频率与路面不平整度激励频率越接近,产生共振的速度越小。对于这两种车型,其产生动荷载的最不利路面波长分别为9 m和12 m。该研究成果可为动载作用下路面结构响应研究提供参考。

关键词:车辆振动模型;车辆振动模型;动荷载均方根;动载系数;车速;车重;路面波长

中图分类号:U41

文献标志码:A

Influence analysis of vehicles dynamic load based on road roughness

XIE Hao,XIE Jun,TANG Xu,LUO Ziyang

(School of Traffic and Transportation Engineering, Changsha university of Science & Technology,
Changsha 410114, China)

Abstract: To study the impact of road roughness incentive condition on dynamic load of multi-axle heavy vehicle, this paper starts from the waveform state of the longitudinal section of the pavement surface. Dynamic differential equations of vehicle vibration model are established by using three-axis and four-axis heavy load vehicle models with balanced suspension structure. The effect of different pavement conditions and driving conditions on the dynamic load of the vehicle was analyzed using dynamic load indexes. The findings reveal that within a specific speed range, the inherent vibration frequency of the vehicle system approaches the excitation frequency caused by road roughness, resulting in the maximum dynamic load. The dynamic load factor is generally the largest at no load, the second largest at full load, and the smallest at overload. However, the combined effect of static and dynamic vehicle loads on the pavement structure should be considered. The heavier the vehicle, the lower the speed at which the vibration frequency and the incentive frequency of the road surface roughness are close to the resonance. For the two vehicle models, the most unfavorable pavement wavelengths for generating dynamic loads are 9 m and 12 m respectively. These research findings provide valuable insights for studying the response of pavement structures under dynamic loading conditions.

Key words: incentive model of road roughness; vehicle vibration model; root mean square of dynamic load; dynamic load coefficient; vehicle speed; vehicle weight; pavement wavelength

收稿日期:2021-12-20

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51978083)

作者简介:谢浩(1995—),男,长沙理工大学硕士生。

在凹凸不平的道路上行驶的车辆会产生振动,同时车辆振动对路面会产生动态振动作用。目前,根据我国沥青路面设计规定,将行车荷载简化为双圆垂直均布静态荷载,并没有考虑车辆动态荷载的作用。所以,当采用静力模式对其进行分析时,路面结构的受力结果和实际状态存在较大差异^[1-2]。PAGE^[3]对各级通车公路进行了实测,发现车辆动态荷载是导致路面破坏状态的主要因素之一。因此,有必要分析车辆振动引起的动荷载。

车辆振动引起的动荷载,不仅与路面的不平整度相关,而且与车辆系统结构及其特性相关。MITSCHKE^[4]在现场试验车上预先安装动载测试传感器,直接读取车辆在行驶过程中动荷载的数据。陈静^[5]通过测量汽车簧上和簧下系统不同位置的加速度,反推车辆振动荷载。殷新锋等^[6]以桥面不平整作为系统的自激激励源,编写 MATLAB 车—桥耦合振动分析程序,在车辆作用下对整体模型进行动力响应分析。但这些方法的测量成本较高,且测试结果依赖于传感器的精度。

关于车辆模型的研究,通常是借助数值模拟方法,将车辆简化为有限自由度的参数模型,并利用振动理论求解动荷载。SUN 等^[7]利用 1/4 车辆模型和半车模型,分别采用传递函数法和状态空间法,分析了车辆以不同速度行驶时产生动荷载的变化规律,发现汽车在加减速过程中动力系数呈相反的变化趋势。SAYERS 等^[8]通过建立半车模型,分析了悬架系统、加减速、路面不平整度以及轮胎的阻尼和刚度系数对动荷载及路面使用性能的影响,发现单轮组对路面的竖直压力作用大于双轮组的。钱国平等^[9]采用具有代表性的车辆轴型:单轴与双联轴,建立了双自由和三自由度的车载振动模型,并求解车载振动模型的稳态解,如图 1 所示。其中, m_s 为悬挂部分质量(又称簧上质量),包括车厢、载重等; m_u 为非悬挂部分质量(又称簧下质量),包括轮圈、轮胎、轮轴等; k_t 为轮胎刚度系数; $q(t)$ 、 $q_1(t)$ 、 $q_2(t)$ 为地面高程(不平整度); k_s 为悬挂系刚度系数; c_t 为轮胎阻尼系数; c_s 为悬挂系缓冲阻尼系数; I_u 表示颠簸惯量; α 表示双轴间距的一半; $z_s(t)$ 为悬挂系(称为上自由度)绝对垂直位移; $\theta_u(t)$ 为双轴转动角; $z_u(t)$ 为非悬挂系(称为下自由度)绝对垂直位移。陶向华等^[10]采用传统的二自由度车辆参数模型,建立系统振动方程,采用频域的方法描述了动荷载的特性和变化规律。

关于车辆—路面系统相互作用的研究,FRÝBA^[11]指出路面不平整使行驶中的车辆荷载增加,而该荷载的激增使路面平整度更加恶化,基于此提出了车辆与路面耦合的概念。邓学钧^[12]将路面结构层系统与车辆系统看成一个整体,建立了随机场,描述路面不平整度对车轮的激励作用,将车辆静荷载作为动力源,并综合车辆和路面体系各自独立分析的研究方法,开创了车辆路面系统动力学研究的新体系。梁波等^[13]建立了包括 1/4 车辆模型和离散型道路有限元结构 2 个子系统的整体模型,将车辆路面视作为一个相互作用的整体,采用 Newmark- β 法和 N-R 法,迭代求解车路耦合体系整体动力平衡方程。

关于路面平整度对车辆影响的研究,一般是将其作为不平整度激励输入至车辆模型中。钟阳等^[14]根据路面现时服务能力指数,得到路面不平整度的功率谱密度函数,将其输入到二自由度的车辆振动模型中,得到车轮作用于路面最大动荷载的理论计算公式。刘小云等^[15]以路面不平度作为初始激励,仿真得到了车辆随机荷载的功率谱密度函数和自相关函数,并分析了沥青路面在车辆荷载下的随机动力响应特性。

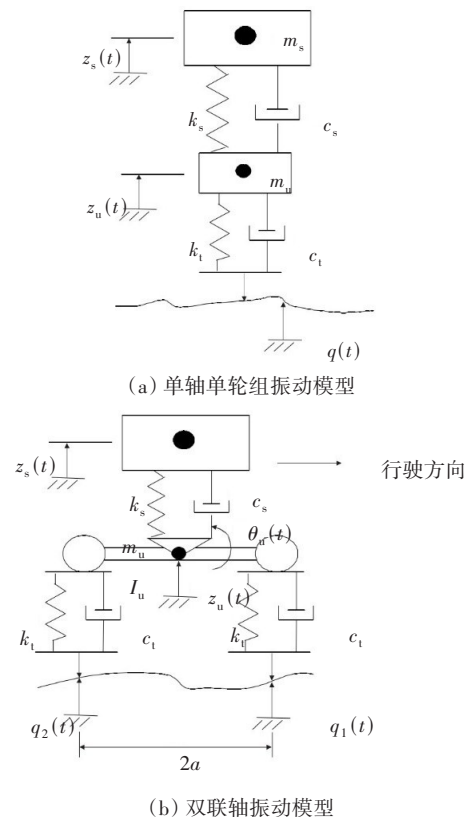


图 1 车辆振动模型

Fig. 1 Vehicle vibration model

综上所述,车辆动荷载分析大多采用单轴单轮组或双联轴振动模型,并得到了动荷载的解析表达式,可将路面动荷载的时程曲线看作是半正弦函数。但拥有复杂机械振动系统的车辆,在路面不平度激励下产生的动荷载也会呈现不规则性,用数值解的形式来描述其演变规律会更为准确。此外,当对多轴重载车辆建立其振动模型时,应考虑不同轴之间的振动耦合作用。

本研究在已有成果的基础上,针对多轴重载车辆在外部不平度激励条件下行驶时对路面产生附加动荷载的核心问题,从路表纵断面的波形状态入手,采用带有平衡悬架结构的三轴和四轴重载车辆模型,根据振动微分方程计算求得车辆各轮轴振动自由度和动荷载的数值解,并分析了不同路面工况和行驶工况对车辆动荷载的影响。

1 路面不平度激励模型

路面不平度定义为道路表面相对于理想水平面的纵向凹凸偏差值,为了探究车辆与路面之间的相互作用力,需要模拟出路面的波形状态,从而得到路面不平度对车辆振动系统的激励作用。

1.1 路面波形状态假设

车辆在路面不平度的随机激励条件下产生的竖向振动使路面受到一种非平稳的动态作用,其分布演变规律较为复杂,需要根据实际情况对其做出简化处理。车辆行驶本质上是动态移动荷载,以荷载大小和空间位置来反映车辆荷载的动态效应,该种荷载模式采用式(1)来描述路面波形^[8]。其表达式为:

$$q(x) = A \sin(\omega x) \quad (1)$$

式中: A 为波形路面振幅; ω 为角频率, $\omega = 2\pi/\lambda$, λ 为路面波长; x 为路面行车方向的位移, $x = vt$, v 为车辆行驶速度。

1.2 连续式平整度仪的测量仿真模型

采用连续式平整度仪,可得到路面的不平度的情况。其原理是通过高差传感器测得路面纵断面高程的变化情况。在测试过程中,通过测定轮自动采集测定轮与机架的竖向位移偏差值。以100 m为一个计算区间,采样间距为0.1 m,计算出该区间内所采集的竖向位移的标准差,即该区间的路面平整度指标,单位计mm。

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{\left(\sum d_i^2 - \frac{1}{n} \left(\sum d_i\right)^2\right)}{n-1}} \quad (2)$$

式中: σ_i 为各测试区间段内的路面不平度标准差; d_i 为在长度100 m的计算区间内,仪器每隔0.1 m自动采集到的路面纵向偏差值,单位计mm。 n 为测试区间内平整度仪所采集的数据个数,通常情况下, $n=1\,000$ 。

根据正弦波理论,可建立连续式八轮仪在波形路面上测量的模型,如图2所示。

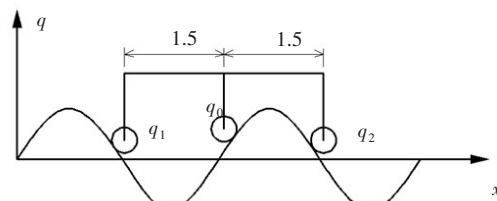


图2 波形路面平整度测量模型(单位:mm)
Fig. 2 Measurement model for waveform road surface
smoothness(unit:mm)

通过该模型可得到前轮、后轮及测定轮的高程函数。

1) 测定轮的高程函数。

$$q_0 = A \sin(\omega x) \quad (3)$$

2) 前轮的高程函数。

$$q_{0_1} = A \sin(\omega(x - 1.5)) \quad (4)$$

3) 后轮的高程函数。

$$q_{0_2} = A \sin(\omega(x + 1.5)) \quad (5)$$

4) 测量参考基准点。

$$q = (q_{0_1} + q_{0_2})/2 \quad (6)$$

$$\Delta d = q_0 - q \quad (7)$$

路面纵断面竖向凹凸偏差值 Δd 为测量轮和参考基准点的高程差,将式(3)~(6)分别代入式(7),可得到凹凸偏差位移值的表达式:

$$\begin{aligned} \Delta d &= A \sin(\omega x) - \left[A \sin(\omega(x - 1.5)) \right. \\ &\quad \left. + A \sin(\omega(x + 1.5)) \right] / 2 \\ &= A \sin(\omega x) (1 - \cos(1.5\omega)) \end{aligned} \quad (8)$$

将式(8)代入式(2)中,可得:

$$\sigma_i = A(1 - \cos(1.5\omega))$$

$$\sqrt{\frac{1}{n-1} \left[\sum_{i=1}^n \sin^2(\omega x_i) - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n \sin(\omega x_i) \right)^2 \right]} \quad (9)$$

因此,通过现场平整度实测结果和连续式平整度仪的测量仿真,可以模拟实际路面的波形状态。

1.3 不平路面的有效波长

利用标准差结果和路面波长,可求解波形路面振幅,因此需要对路面的波长范围作出相关规定。

当路面波长范围不同时,车辆产生的振动频率也不同。当车辆系统和路面系统发生共振现象时,车辆动态荷载达到峰值。车辆在不平整度路面行驶时产生的激励振动频率为: $f = v/\lambda$,当 f 等于车辆系统自激频率时,发生共振现象,此时的路面波长为有效波长,其区间范围可由车辆行驶速度和振动频率求出。

行驶车辆的振动分低频和高频两种。低频主要来自车身的前后俯仰振动与簧上系统的垂向振动,通常取0.6 Hz作为低频俯仰振动的频率,垂向振动的最低频率表示为每分钟的振动次数,一般轿车为60次/min,卡车为120次/min,即簧上系统的振动频率为1~2 Hz。汽车的高频振动主要来自簧下系统的垂向振动,最高频率为16 Hz。因此,汽车振动频率的范围可取0.6~16.0 Hz^[16]。

主要研究对象为高速公路上行驶的多轴重型车辆或半挂车,车速为80~110 km/h。由 $f = v/\lambda$,可以得到路面有效波长为1.388~50.910 m。

1.4 路面不平整度实测数据分析

实测某高速公路路段左幅平整度标准差,剔除异常值后,以K1+030~K9+930路段每公里的平整度实测标准差的平均值为依据,假设:①道路纵断面波形曲线符合正弦函数形式且路表横向是完全平整的;②路面波长分别为3、6、9、12、15 m。根据式(7),得到在不同路面波长和路面不平整度标准差 σ 条件下对应的波形路面振幅峰值,见表1。

表1 各路段振幅计算值

Table 1 Amplitude calculation value of each road section mm

桩号	σ	假定路面波长范围的计算振幅峰值				
		3 m	6 m	9 m	12 m	15 m
K1	1.065 0	0.753 0	1.506 4	3.013 3	5.140 0	7.890 0
K2	0.953 0	0.673 8	1.348 0	2.696 4	4.599 4	7.060 3
K3	1.025 0	0.724 7	1.449 8	2.900 1	4.946 9	7.593 7
K4	1.586 3	1.121 5	2.243 7	4.488 2	7.655 9	11.752 1
K5	0.860 0	0.608 0	1.216 4	2.433 3	4.150 6	6.371 3
K6	0.800 0	0.565 6	1.131 6	2.263 5	3.861 0	5.926 8
K7	0.615 0	0.434 8	0.869 9	1.740 1	2.968 1	4.556 2
K8	0.729 0	0.515 4	1.031 1	2.062 6	3.518 3	5.400 8
K9	1.015 0	0.717 6	1.435 7	2.871 8	4.898 6	7.519 6
均值	0.960 9	0.679 4	1.359 2	2.718 8	4.637 6	7.119 0

2 多轴车辆振动模型

根据交通调查,在载重量大于10 t的整车类运输车辆中,三轴型的车辆所占比例最大。在半挂类车型中,四轴半挂车所占比例最大。本研究选取三轴车和四轴车作为研究对象。对于多轴重载车辆而言,通过整车模型建立的振动微分方程较为复杂,在行驶过程中产生的侧倾转动惯量也较难确定。而路面横向的平整程度总是优于路面纵向的,完全可以忽略左右车轮之间的相互作用,假定左右车轮只受到来自路面相同的不平整度激励。因此,该研究采用三轴车和四轴车的半车模型进行分析。

车辆系统是由悬架系统、发动机、传动系统、车身和车轮等子系统,以及铰链、减振弹簧、阻尼器和橡胶等元件连接而成,是一个复杂的多自由度的“弹簧-质量-阻尼”动力系统。为确保建立的车载振动模型与车辆实际运行情况相适应,作以下假设:

- 1) 将车架和车身视作刚体,悬架和轮胎系统的刚度远小于车架和车身的。
- 2) 在车辆行驶过程中,人和座椅的振动对车身地板的影响忽略不计,将人-椅系统以及装载的货物质量统一归为汽车簧上质量。车身质量均匀分布,属于质心上下左右均对称的刚体,并垂直于铅垂面。
- 3) 将轮胎的阻尼系数和刚度系数视为常量,线性弹簧和阻尼器并联模拟车辆悬架,仅考虑悬架系统的刚度系数和阻尼系数,忽略其质量。
- 4) 车轮只受到来自路面竖向的不平整度激励,即车轮仅具备垂向跳动的自由度。
- 5) 车辆前后轴同侧车轮的行驶轮迹完全重合,且前后轮受到的不平整度激励只相差一个轴距的相位差。

2.1 三轴车辆振动模型

根据该假设,建立三轴重载车辆的半车模型,该模型共有6个振动自由度,分别为簧上质量系统的垂向和俯仰振动: z_1 、 θ_1 ,车辆前轮、中间轮和后轮的垂向振动 z_2 、 z_3 、 z_4 ,后平衡悬架轴的俯仰振动 θ_2 。振动模型如图3所示。其中, m_1 为簧上总质量,包括

车身和悬架系统的质量,货物货箱质量以及驾驶室、人-椅系统的质量; J_1 为簧载总质量绕其质心的转动惯量; m_2 、 m_3 、 m_4 为车辆前轮、中间轮和后轮的质量; k_1 、 k_5 分别为前后悬挂体系的刚度系数; c_1 、 c_5 分别为前后悬挂体系的阻尼系数; m_2 、 m_3 、 m_4 为车辆前轮、中间轮和后轮的质量; k_2 、 k_3 、 k_4 为三轴车各轮胎的刚度系数; c_2 、 c_3 、 c_4 为车辆前轮、中间轮和后轮的的阻尼系数; q_1 、 q_2 、 q_3 为车辆前轮、中间轮和后轮接地处受到的不平整度激励; a 、 b 分别为前轮中心和后轴悬架中心与车身质心的间距。

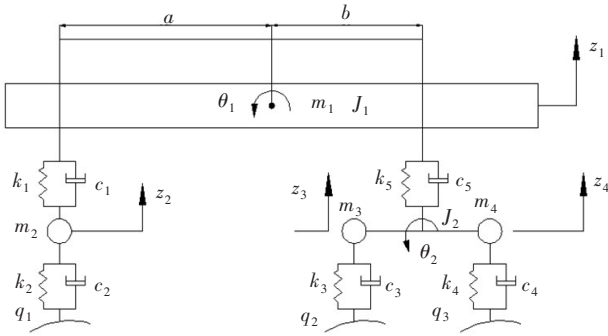


图3 三轴车辆振动模型

Fig. 3 Vibration model of three-axis vehicle

简化物理模型的二阶振动微分方程的表达式为:

1) 车身的垂向。

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{z}_1 + (c_1 + c_5) \dot{z}_1 + (-ac_1 + bc_5) \dot{\theta}_1 \\ - c_1 \dot{z}_2 - \frac{1}{2} c_5 (\dot{z}_3 + \dot{z}_4) + z_1 (k_1 + k_5) \\ + \theta_1 (-ak_1 + bk_5) - k_1 z_2 \\ - \frac{1}{2} k_5 (z_3 - z_4) = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

2) 俯仰振动。

$$\begin{aligned} J_1 \ddot{\theta}_1 + (-ac_1 + bc_5) \dot{z}_1 + (a^2 c_1 + b^2 c_5) \dot{\theta}_1 \\ + ac_1 \dot{z}_2 - \frac{1}{2} bc_5 (\dot{z}_3 + \dot{z}_4) + z_1 (-ak_1 + bk_5) \\ + (a^2 k_1 + b^2 k_5) \theta_1 - \frac{1}{2} bk_5 (z_3 + z_4) \\ + ak_1 z_2 = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

3) 后平衡轴悬架的俯仰振动。

$$J_2 \ddot{\theta}_2 + \frac{1}{2} d (c_4 \dot{z}_4 + k_4 z_4 - c_3 \dot{z}_3 - k_3 z_3)$$

$$= \frac{1}{2} d (c_4 \dot{q}_3 + k_4 q_3 - c_3 \dot{q}_2 - k_3 q_2) \quad (12)$$

4) 前轴车轮的垂向振动。

$$\begin{aligned} m_2 \ddot{z}_2 + c_1 (a \dot{\theta}_1 - \dot{z}_1) + \dot{z}_2 (c_1 + c_2) - k_1 z_1 \\ + ak_1 \theta_1 + z_2 (k_1 + k_2) - c_2 \dot{q}_1 - k_2 q_1 = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

5) 后轴车轮的垂向振动。

$$\begin{aligned} m_3 \ddot{z}_3 - \frac{1}{2} c_5 (\dot{z}_1 + b \dot{\theta}_1) + \dot{z}_3 (c_3 + 0.25 c_5) \\ + 0.25 (k_5 z_4 + c_5 \dot{z}_4) + z_3 (k_3 + 0.25 k_5) \\ - \frac{1}{2} k_5 (z_1 + b \theta_1) - c_3 \dot{q}_2 - k_3 q_2 = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} m_4 \ddot{z}_4 + c_5 \left[0.25 \dot{z}_3 - \frac{1}{2} (\dot{z}_1 + b \dot{\theta}_1) \right] - \frac{1}{2} k_5 (z_1 + b \theta_1) \\ + \dot{z}_4 (c_4 + 0.25 c_5) + 0.25 k_5 z_3 \\ + (k_4 + 0.25 k_5) - c_4 \dot{q}_3 - k_4 q_3 = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

可将该阶微分方程整理成:

$$M \ddot{\mathbf{Z}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{Z}} + \mathbf{K} \mathbf{Z} = \mathbf{G} \quad (16)$$

其中, M 、 C 、 K 分别为系统的质量、刚度和阻尼矩阵, $\mathbf{G} = \mathbf{K}_i \mathbf{Q} + \mathbf{C}_i \dot{\mathbf{Q}}$ 为振动系统外部激励矩阵。

根据该物理模型的仿真计算,可得到轮轴动载荷的表达式:

$$F_1(t) = K_2 (q_1(t) - z_2(t)) + C_2 (\dot{q}_1(t) - \dot{z}_2(t)) \quad (17)$$

$$F_2(t) = K_3 (q_2(t) - z_3(t)) + C_3 (\dot{q}_2(t) - \dot{z}_3(t)) \quad (18)$$

$$F_3(t) = K_4 (q_3(t) - z_4(t)) + C_4 (\dot{q}_3(t) - \dot{z}_4(t)) \quad (19)$$

其中,三轴车前轮、中间轮和后轮的路面不平整度激励函数可表达为:

$$q_1(t) = A \sin(\omega t) \quad (20)$$

$$q_2(t) = A \sin(\omega(vt - a - b + d/2)) \quad (21)$$

$$q_3(t) = A \sin(\omega(vt - a - b + d/2)) \quad (22)$$

2.2 四轴车辆振动模型

与三轴车辆类似,四轴半挂车的简化振动模型如图4所示。其中, a_1 、 a_3 、 a_2 分别为牵引车簧上系统质心到牵引车前轴和后轴中心和挂车铰接点之间的距离。 b_1 、 b_2 分别为挂车簧上系统质心到挂车铰接点和后平衡悬架轴中心的距离。该模型共有9个自由度,分别为牵引车和挂车车身的垂向振动和俯

仰振动、4个车轮的垂向振动、后平衡悬架轴的俯仰振动。

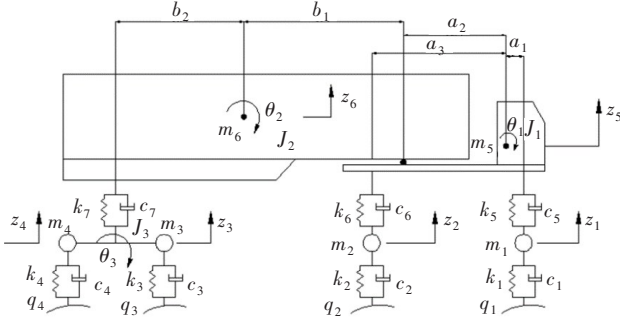


图4 四轴车辆振动模型

Fig. 4 Vibration model of four-axle vehicle

车辆系统的二阶振动微分方程表示为:

1) 牵引车前后轴车轮的垂向振动。

$$m_1 \ddot{z}_1 - k_5(z_5 - a_1\theta_1 - z_1) - c_5 \left(\dot{z}_5 - a_1\dot{\theta}_1 - \dot{z}_1 \right) + k_1(z_1 - q_1) + c_1 \left(\dot{z}_1 - \dot{q}_1 \right) = 0 \quad (23)$$

$$m_2 \ddot{z}_2 - k_6(z_5 + a_3\theta_1 - z_2) - c_6 \left(\dot{z}_5 + a_3\dot{\theta}_1 - \dot{z}_2 \right) - k_2(z_2 - q_2) + c_1 \left(\dot{z}_2 - \dot{q}_2 \right) = 0 \quad (24)$$

2) 挂车后轴车轮的垂向振动。

$$(m_3 + m_4) \ddot{z}_3 + m_4 d \ddot{\theta}_3 - k_7 \left[z_5 + a_2\theta_1 + (b_1 + b_2)\theta_2 - z_3 - \frac{1}{2} d \theta_3 \right] + c_7 \left[\dot{z}_5 + a_2\dot{\theta}_1 + (b_1 + b_2)\dot{\theta}_2 - \dot{z}_3 - \frac{1}{2} d \dot{\theta}_3 \right] - k_3(z_3 - q_3) - c_3 \left(\dot{z}_3 - \dot{q}_3 \right) - k_4(z_3 + d\theta_3 - q_4) - c_4 \left(\dot{z}_3 + d\dot{\theta}_3 - \dot{q}_4 \right) = 0 \quad (25)$$

3) 牵引车和挂车簧载体系的垂向振动。

$$(m_5 + m_6) \ddot{z}_5 + m_6 a_2 \ddot{\theta}_1 + m_6 b_1 \ddot{\theta}_2 + k_5(z_5 - a_1\theta_1 - z_1) + c_5 \left(\dot{z}_5 - a_1\dot{\theta}_1 - \dot{z}_1 \right) + k_6(z_5 + a_3\theta_1 - z_2) + c_6 \left(\dot{z}_5 + a_3\dot{\theta}_1 - \dot{z}_2 \right) + k_7 \left[z_5 + a_2\theta_1 + (b_1 + b_2)\theta_2 - z_3 - \frac{1}{2} d \theta_3 \right] + c_7 \left[\dot{z}_5 + a_2\dot{\theta}_1 + (b_1 + b_2)\dot{\theta}_2 - \dot{z}_3 - \frac{1}{2} d \dot{\theta}_3 \right] = 0 \quad (26)$$

4) 牵引车车身的俯仰振动。

$$J_1 \ddot{\theta}_1 - (a_1 + a_2)k_5(z_5 - a_1\theta_1 - z_1) - (a_1 + a_2)c_5 \left(\dot{z}_5 - a_1\dot{\theta}_1 - \dot{z}_1 \right) + (a_3 - a_2)k_6(z_5 + a_3\theta_1 - z_2) + (a_3 - a_2)c_6 \left(\dot{z}_5 + a_3\dot{\theta}_1 - \dot{z}_2 \right) - m_5 a_2 \ddot{z}_5 = 0 \quad (27)$$

5) 挂车车身的俯仰振动。

$$J_2 \ddot{\theta}_2 + b_2 k_7 \left[z_5 + a_2\theta_1 + (b_1 + b_2)\theta_2 - z_3 - \frac{1}{2} d \theta_3 \right] + b_2 c_7 \left[\dot{z}_5 + a_2\dot{\theta}_1 + (b_1 + b_2)\dot{\theta}_2 - \dot{z}_3 - \frac{1}{2} d \dot{\theta}_3 \right] - m_5 b_1 \ddot{z}_5 - b_1 k_5(z_5 - a_1\theta_1 - z_1) - b_1 c_5 \left(\dot{z}_5 - a_1\dot{\theta}_1 - \dot{z}_1 \right) - b_1 k_6(z_5 + a_3\theta_1 - z_2) - b_1 c_6 \left(\dot{z}_5 + a_3\dot{\theta}_1 - \dot{z}_2 \right) = 0 \quad (28)$$

6) 后平衡悬架轴的俯仰振动。

$$J_3 \ddot{\theta}_3 - \frac{1}{2} d \left[k_3(z_3 - q_3) + c_3 \left(\dot{z}_3 - \dot{q}_3 \right) + k_4(z_3 + d\theta_3 - q_4) + c_4 \left(\dot{z}_3 + d\dot{\theta}_3 - \dot{q}_4 \right) \right] = 0 \quad (29)$$

将式(23)~(29)整理为式(26)的标准形式。

根据振动理论,可求得4个车轮动荷载的表达式:

$$F_1(t) = k_1(q_1(t) - z_1(t)) + c_1(\dot{q}_1(t) - \dot{z}_1(t)) \quad (30)$$

$$F_2(t) = k_2(q_2(t) - z_2(t)) + c_1(\dot{q}_2(t) - \dot{z}_2(t)) \quad (31)$$

$$F_3(t) = k_3(q_3(t) - z_3(t)) + c_1(\dot{q}_3(t) - \dot{z}_3(t)) \quad (32)$$

$$F_4(t) = k_4(q_4(t) - z_4(t)) + c_4(\dot{q}_4(t) - \dot{z}_4(t)) \quad (33)$$

其中,各车轮受到的来自路面的不平整度激励函数可表示为:

$$q_1(t) = A \sin(\omega vt) \quad (34)$$

$$q_2(t) = A \sin(\omega(vt - a_1 - a_3)) \quad (35)$$

$$q_3(t) = A \sin(\omega(vt - a_1 - a_3 - b_1 - b_2 + d/2)) \quad (36)$$

$$q_4(t) = A \sin(\omega(vt - vt - a_1 - a_3 - b_1 - b_2 - d/2)) \quad (37)$$

2.3 车辆模型参数

三轴车辆的后轴为平衡悬架结构的三轴重载货车,四轴车为拖挂车,参考文献[17],车辆的相关

参数见表2~3。对于三轴车, $a=3.810\text{ m}$ 、 $b=2.360\text{ m}$ 、 $d=1.800\text{ m}$ 。对于四轴车, $a_1=0.831\text{ m}$ 、 $a_2=2.232\text{ m}$ 、 $a_3=2.746\text{ m}$ 、 $b_1=2.529\text{ m}$ 、 $b_2=2.826\text{ m}$ 。

表2 三轴车参数

Table 2 Parameters of three-axle vehicle

车身质量 m_1/kg	8 130	中间轮质量 m_3/kg	523.6
前轮质量 m_2/kg	634.8	后轮质量 m_4/kg	523.6
前轴悬架刚度 $K_1/(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$	7 658 000	前轴悬架阻尼 $C_1/(\text{Ns}\cdot\text{m}^{-1})$	5 073
后轴悬架刚度 $K_5/(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$	19 835 000	后轴悬架阻尼 $C_5/(\text{Ns}\cdot\text{m}^{-1})$	70 396
前轮轮胎刚度 $K_2/(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$	1 200 000	前轮轮胎阻尼 $C_2/(\text{Ns}\cdot\text{m}^{-1})$	4 200
中间轮轮胎刚度 $K_3/(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$	1 200 000	中间轮轮胎阻尼 $C_3/(\text{Ns}\cdot\text{m}^{-1})$	4 200
后轮轮胎刚度 $K_4/(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$	1 200 000	后轮轮胎阻尼 $C_4/(\text{Ns}\cdot\text{m}^{-1})$	4 200
簧载系统转动惯量 $J_1/(\text{N}\cdot\text{m}^2)$	61 230	后轴平衡悬架转动惯量 $J_2/(\text{N}\cdot\text{m}^2)$	43.5

表3 四轴车参数

Table 3 Parameters of four-axle vehicle

牵引车车身质量 m_5/kg	2 730	挂车车身质量 m_6/kg	13 750
牵引车前轮轮胎质量 m_1/kg	530	挂车前轮轮胎质量 m_3/kg	457
牵引车后轮轮胎质量 m_2/kg	530	挂车后轮轮胎质量 m_4/kg	457
牵引车前轮轮胎刚度 $k_1/(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$	1 250 000	牵引车前轮轮胎阻尼 $c_1/(\text{Ns}\cdot\text{m}^{-1})$	4 320
牵引车后轮轮胎刚度 $k_2/(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$	2 470 000	牵引车后轮轮胎阻尼 $c_2/(\text{Ns}\cdot\text{m}^{-1})$	4 320
挂车前轮轮胎刚度 $k_3/(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$	2 760 000	挂车前轮轮胎阻尼 $c_3/(\text{Ns}\cdot\text{m}^{-1})$	4 320
挂车后轮轮胎刚度 $k_4/(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$	2 760 000	挂车后轮轮胎阻尼 $c_4/(\text{Ns}\cdot\text{m}^{-1})$	4 320
牵引车前轴悬架刚度 $k_5/(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$	763 000	牵引车前轴悬架阻尼 $c_5/(\text{Ns}\cdot\text{m}^{-1})$	3 918
牵引车后轴悬架刚度 $k_6/(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$	820 000	牵引车后轴悬架阻尼 $c_6/(\text{Ns}\cdot\text{m}^{-1})$	11 700
后平衡悬架轴刚度 $k_7/(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$	1 880 000	后平衡悬架轴阻尼 $c_7/(\text{Ns}\cdot\text{m}^{-1})$	23 600
牵引车车身转动惯量 $J_1/(\text{N}\cdot\text{m}^2)$	62 500	挂车车身转动惯量 $J_2/(\text{N}\cdot\text{m}^2)$	979 300
后平衡悬架轴转动惯量 $J_3/(\text{N}\cdot\text{m}^2)$	27.3	平衡悬架轴距 $d/(\text{m})$	1.25

3 车辆动荷载影响因素分析

车辆动荷载是一种大小、位置和方向都随时间变化的复杂变量,无法用确定的解析公式反映其与各种因素之间的定量关系。当探究动荷载随波长、车速、轴重等参数变化的规律时,需要对一定时程内的动荷载进行标量化处理,即采用动荷载指标来描述外界因素变化对动荷载的影响。本文选取振动系统经历初始瞬态振动响应之后的常态值作为初始时间节点计算多轴车辆动荷载指标的取值,时程范围为30 s。采用以下两个评价指标:

1) 动荷载均方根值。

动荷载均方根值为一定时程范围内动载值的平方和的平均值的开方。三轴车各轮的均方根值表达式为:

$$\text{前轮: } R_1 = \sqrt{\frac{\sum F_1^2(t_i)}{N}} \quad (38)$$

$$\text{中间轮: } R_2 = \sqrt{\frac{\sum F_2^2(t_i)}{N}} \quad (39)$$

$$\text{后轮: } R_3 = \sqrt{\frac{\sum F_3^2(t_i)}{N}} \quad (40)$$

其中, N 为采样点总数。

四轴车的均方根值的表达式同式(38)~(40)。

2) 动荷系数。

动荷系数(coefficient of dynamic force, DLC)定义为动荷载均方根值和轮胎静态轴重的比值,三轴和四轴车的动荷系数计算表达式为:

① 三轴车。

$$\text{前轮: } D_1 = \frac{R_1}{\left(m_2 + \frac{b}{a+b} m_1\right)g} \quad (41)$$

$$\text{中间轮: } D_2 = \frac{R_2}{\left[m_3 + \frac{a}{2(a+b)} m_1\right]g} \quad (42)$$

$$\text{后轮: } D_3 = \frac{R_3}{\left[m_4 + \frac{b}{2(a+b)} m_1\right]g} \quad (43)$$

② 四轴车。

牵引车前轮:

$$D_1 = \frac{R_1}{\left(m_1 + \frac{a_3}{a_1+a_3} m_5 + \frac{b_1}{b_1+b_2} \frac{a_3-a_2}{a_1+a_3} m_6\right)g} \quad (44)$$

牵引车后轮:

$$D_2 = \frac{R_2}{\left(m_2 + \frac{a_1}{a_1 + a_3} m_5 + \frac{b_1}{b_1 + b_2} \frac{a_1 + a_2}{a_1 + a_3} m_6 \right) g} \quad (45)$$

挂车前轮:

$$D_3 = \frac{R_3}{\left(m_3 + \frac{1}{2} \frac{b_1}{b_1 + b_2} m_6 \right) g} \quad (46)$$

挂车后轮:

$$D_4 = \frac{R_4}{\left(m_4 + \frac{1}{2} \frac{b_1}{b_1 + b_2} m_6 \right) g} \quad (47)$$

采用这两个评价指标,分析不同行车速度、不同车重及不同路面波形参数对动荷载的影响。可以得到:

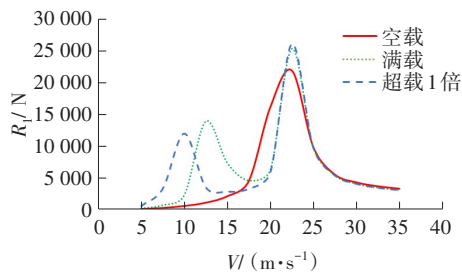
1) 速度考虑范围为5~30 m/s。

2) 车重分别考虑空载、半载、满载及超载等情况,其中三轴车空载15 t,半载20 t,满载25 t,超载1倍,为50 t。四轴车空载20 t,半载25 t,满载31 t,超载1倍,为62 t。

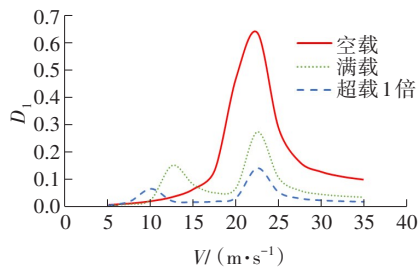
3) 路面波形参数中,考虑振幅分别为2、4、6、8、10、12 mm,波长分别为3、6、9、12、15 m。

3.1 速度对车辆动荷载的影响

以K3路段为例,取路面激励的波长为15 m,则相应的振幅值为0.007 119 m。考虑三轴车和四轴车空载、满载、超载1倍三种工况,可以得到各个车轮的行驶动荷载均方根值和动荷系数随速度的变化趋势,如图5~9所示。



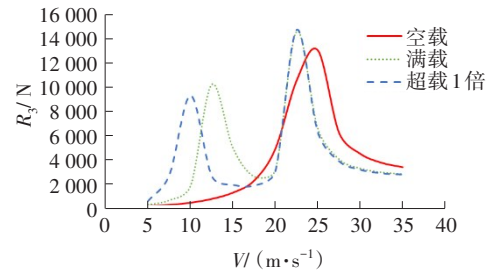
(a) 动荷载均方根值随速度的变化趋势



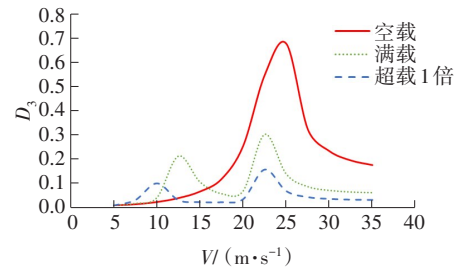
(b) 动荷系数随速度的变化趋势

图5 三轴车动荷载指标随速度的变化趋势(前轮)

Fig. 5 Trends of dynamic load index of three-axle vehicle with speed (front wheel)



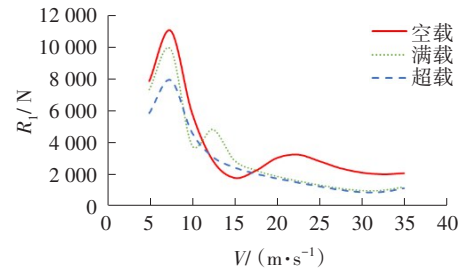
(a) 动荷载均方根值随速度的变化趋势



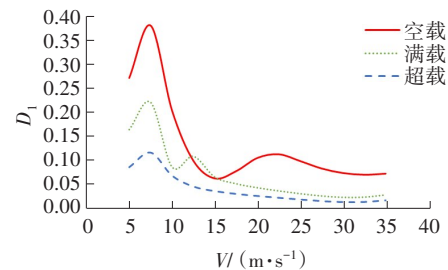
(b) 动荷系数随速度的变化趋势

图6 三轴车动荷载指标随速度的变化趋势(后轮)

Fig. 6 Trends of dynamic load index of three-axle vehicle with speed (rear wheel)



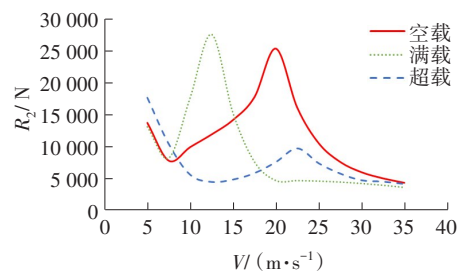
(a) 动荷载均方根值随速度的变化趋势



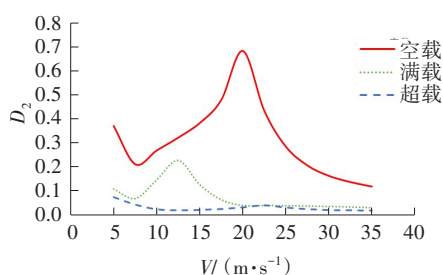
(b) 动荷系数随速度的变化趋势

图7 四轴车动荷载指标随速度的变化趋势(牵引车前轮)

Fig. 7 Trends of dynamic load index of four-axle vehicle with speed (front wheel of tractor)



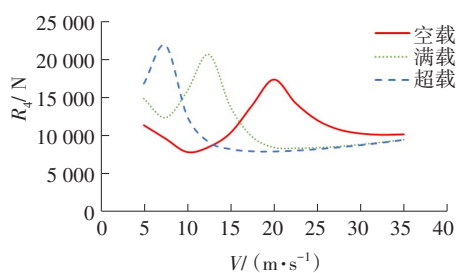
(a) 动荷载均方根值随速度的变化趋势



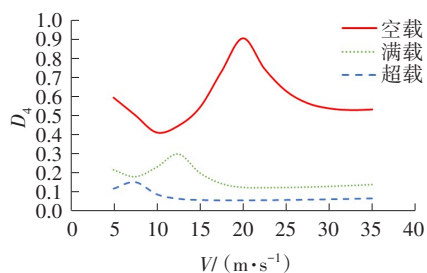
(b) 动荷系数随速度的变化趋势

图8 四轴车动荷载指标随速度的变化趋势(牵引车后轮)

Fig. 8 Trends of dynamic load index of four-axle vehicle with speed (rear wheel of tractor)



(a) 动荷载均方根值随速度的变化趋势



(b) 动荷系数随速度的变化趋势

图9 四轴车动荷载指标随速度的变化趋势(挂车后轮)

Fig. 9 Trends of dynamic load index of four-axle vehicle with speed (rear wheel of trailer)

从图5~9可以看出:

1) 在空载、满载和超载情况下,随车速的增加,三轴车和四轴车的动荷载逐渐增大,在某速度时出现一个峰值,随后动荷载逐渐减小。这表明随着速度的增加,车辆的振动现象逐渐加剧,动荷载增大;当速度达到某值时,车辆的固有振动频率和路面不平度激励频率接近或相等,动荷载达到最大;随着车辆速度继续增加,车辆振动减弱,即振动频率渐渐远离路面激励频率,动荷载呈下降趋势。

2) 对于三轴车,在满载和超载状态下,随着车速的变化,动荷载指标值均出现2个峰值。这表明

车辆在满载和超载时,更容易对路面结构产生动载影响,此时质量和速度发生一定的耦合作用,导致车辆在行驶过程中,车辆固有频率出现了两次接近路面不平度激励频率的情况。

3) 对于四轴车,其牵引车前轮在三种负荷条件下,最大动载对应的速度约为7 m/s。但对于其他三个轮轴,在同样的三种负荷条件下,最大动荷载对应速度规律是:空载的对应速度约为20 m/s,满载的对应速度约为12 m/s;而超载的对应速度约为8 m/s。这表明车辆越重,引起其振动频率和路面不平度激励频率接近产生共振的速度越小,也表明了重载车辆在低速行驶对路面结构的不利影响。

4) 对于三轴车和四轴车,动荷系数均在空载时最大,满载时次之,超载时最小。这表明车辆越重,产生的动荷载影响越小。但此时由于车辆自重增大,车辆静荷载和动荷载的联合影响仍然要大于空载时的影响。

3.2 载重对车辆动荷载的影响

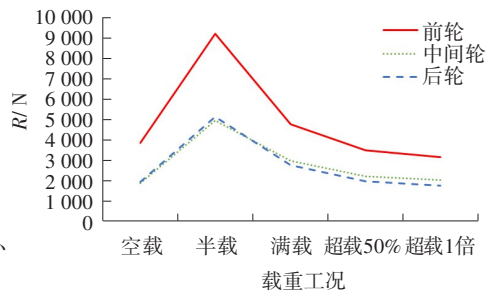
模拟三轴车和四轴车分别以17、25 m/s的速度行驶,分别设置为空载、半载、满载、超载50%、超载1倍共5种载重工况,得到各轮在不同行驶速度条件下,动载均方根值以及动荷系数随轴重的变化趋势,如图10~13所示。

从图10~13可以看出:

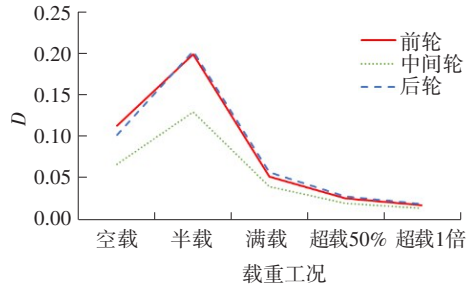
1) 随着车辆负荷增大,三轴车和四轴车的动荷载指标值整体均呈减小趋势。但三轴车在车速为17 m/s时,动荷载呈先增大后减小的趋势;在车速为25 m/s时,其动荷载指标变化趋势与四轴车的相似。这表明当车速较低时,车辆负荷的增加会在一定的范围内使得车辆的振动现象加剧;而当车速较高时,车辆负荷的增加会使动荷载作用逐渐减小。

2) 在两种车速下,随车辆负荷的增加,三轴车前轮的动荷载比中轮、后轮的大,四轴车挂车的前轮、后轮的动荷载要比牵引车的大。这表明三轴车主要由前轮承担车辆负荷,四轴车主要由挂车承担车辆负荷,其动载作用在挂车车轮上体现得更为明显。

3) 随着车辆负荷的进一步增大,三轴车和四轴车各轮的动荷系数逐渐接近。



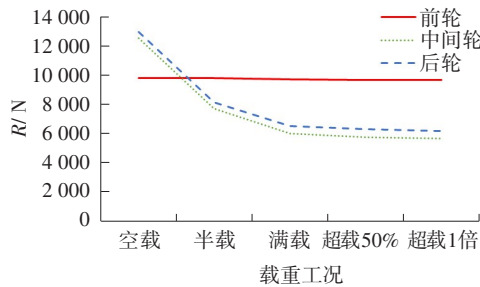
(a) 动荷载均方根随载重的变化趋势



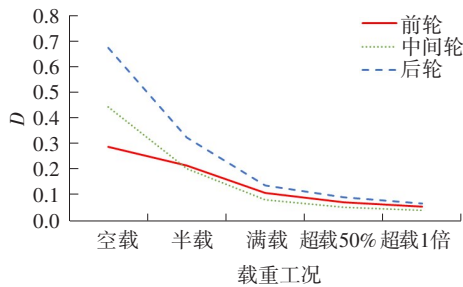
(b) 动荷载系数随载重的变化趋势

图10 三轴车动荷载指标随车重的变化趋势(车速17 m/s)

Fig. 10 Trends of dynamic load index of three-axle vehicle with vehicle weight (vehicle speed 17 m/s)



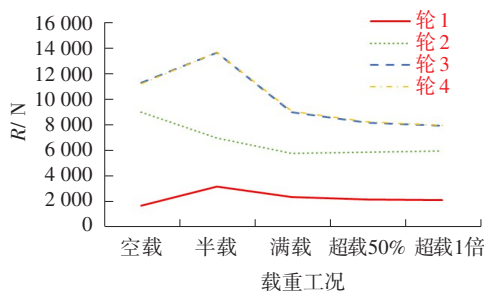
(a) 动荷载均方根随载重的变化趋势



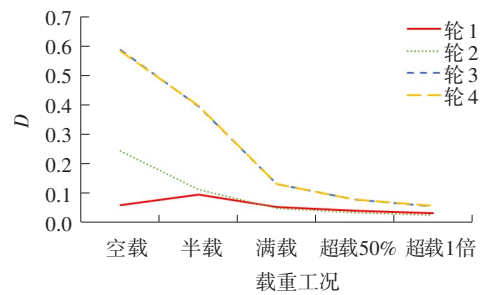
(b) 动荷载系数随载重的变化趋势

图11 三轴车动荷载指标随车重的变化趋势(车速25 m/s)

Fig. 11 Trends of dynamic load index of three-axle vehicle with vehicle weight (vehicle speed 25 m/s)



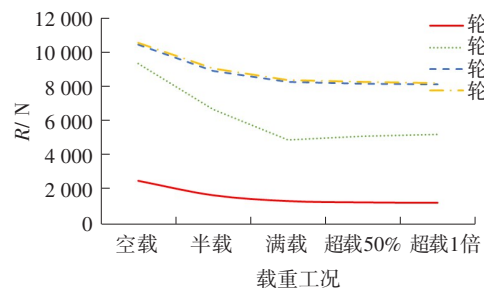
(a) 动荷载均方根随载重的变化趋势



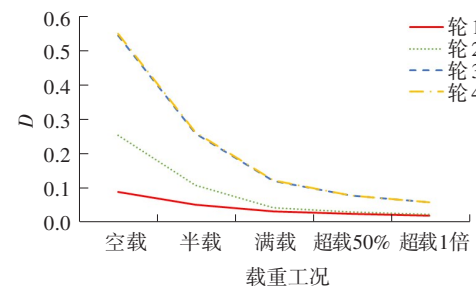
(b) 动荷载系数随载重的变化趋势

图12 四轴车动荷载指标随车重的变化趋势(车速17 m/s)

Fig. 12 Trends of dynamic load index of four-axle vehicle with vehicle weight (vehicle speed 17 m/s)



(a) 动荷载均方根随载重的变化趋势



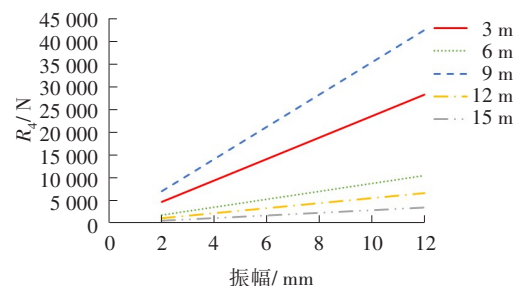
(b) 动荷载系数随载重的变化趋势

图13 四轴车动荷载指标随车重的变化趋势(车速25 m/s)

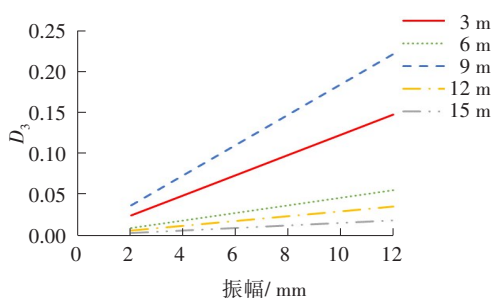
Fig. 13 Trends of dynamic load index of four-axle vehicle with vehicle weight (vehicle speed 25 m/s)

3.3 路面波形参数对车辆动荷载的影响

模拟三轴车和四轴车以25 m/s的时速分别行驶在不同波长和振幅的路面,得到动荷载的规律,如图14~15所示。



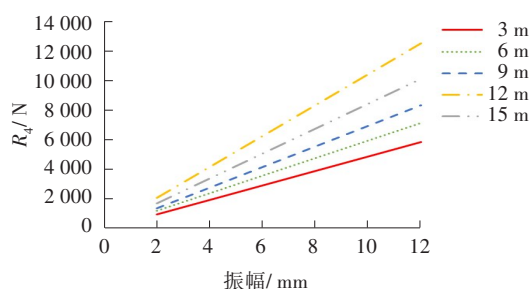
(a) 动荷载均方根值随路面波形参数的变化趋势



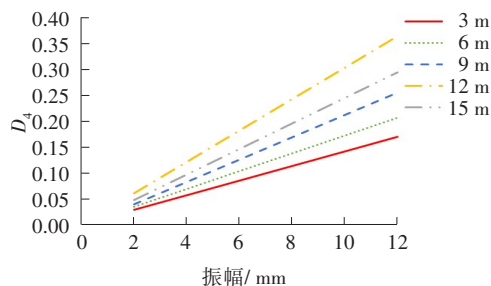
(b) 动荷系数随路面波形参数的变化趋势

图14 三轴车动荷载随路面波形参数的变化(后轮)

Fig. 14 Variation of dynamic load with pavement waveform parameters for three-axle vehicles (rear wheel)



(a) 动荷载均方根值随路面波形参数的变化趋势



(b) 动荷系数随路面波形参数的变化趋势

图15 四轴车动荷载随路面波形参数的变化(挂车后轮)

Fig. 15 Variation of dynamic load with pavement waveform parameters for four-axle vehicles (rear wheel of trailer)

从图14~15可以看出:

1) 车辆动荷载均随着振幅的增加而线性增大,表明路表纵向横断面高程起伏越大,车轮振动越剧烈,产生的动荷载越大。

2) 当车辆为三轴车时, D_n 为不同路面波长 n 产生的动荷载。对于中间轮和后轮, $D_9 > D_3 > D_6 > D_{12} > D_{15}$;对于前轮, $D_9 > D_6 > D_{12} > D_3 > D_{15}$ 。这表明路面波长为9 m时产生的动荷载最为不利,此时来自路面不平整度的激励频率和车辆的固有自振频率接近或相等。

3) 当车辆为四轴车时,不同路面波长产生的动荷载不同,对于牵引车前轮, $D_3 > D_6 > D_9 > D_{12} > D_{15}$;对于牵引车后轮, $D_{12} > D_{15} > D_6 > D_3 > D_9$;对于挂车前轮及后

轮, $D_{12} > D_{15} > D_9 > D_6 > D_3$ 。这表明路面波长为12 m时四轴车的挂车产生的动荷载最为不利,此时来自路面不平整度的激励频率和车辆的固有自振频率接近或相等。

4 结论

采用带有平衡悬架结构的三轴和四轴重载车辆模型,探究不同路面工况和行驶工况对车辆动荷载的影响,得到结论:

1) 除满载和超载工况外,三轴车的动荷载均随车速增大而逐渐增大,在某速度其可达到一个峰值,随后动荷载逐渐减小。这表明当速度达到某值时,车辆的固有振动频率和路面不平整度激励频率接近或相等,动荷载达到最大。

2) 对于三轴车和四轴车,其动荷系数在空载时最大,满载时次之,超载时最小。尽管车辆的动荷载会随车辆负荷增加而减弱,但此时车辆静荷载和动荷载的联合影响仍然要大于空载时的影响。

3) 车辆质量越大,引起其振动频率和路面不平整度激励频率越接近,产生共振的速度越小,所以应高度重视重载车辆在低速行驶时对路面结构的不利影响。

4) 随车辆负荷的增加,两种车型的动荷载总体上呈减小趋势,并且后轮(或挂车)的动荷载要比前轮的大。这表明由于车辆负荷主要由后轮(或挂车)承担,其动载作用在后轮(或挂车)上体现得更为明显。

5) 对于三轴车,路面波长为9 m时产生的动荷载最为不利;对于四轴车,路面波长为12 m时产生的动荷载最为不利。

参考文献(References):

- [1] 周华飞,蒋建群,毛根海.路面不平整引起的车辆动荷载分析[J].中国市政工程,2002(3):10-13.
ZHOU Huafei, JIANG Jianqun, MAO Genhai. Analysis of dynamic vehicle load caused by pavement roughness [J]. China Municipal Engineering, 2002(3): 10-13.
- [2] 兰玮琦,李梦瑶,姚激.移动荷载速度对薄壁箱梁剪力滞效应的影响[J].交通科学与工程,2021,37(3):78-84,106.
LAN Weiqi, LI Mengyao, YAO Ji. Impact of speed of

- moving load on shear lag effect of thin-walled box girder [J]. *Journal of Transport Science and Engineering*, 2021, 37(3):78-84, 106.
- [3] PAGE J. Dynamic wheel load measurements on motorway bridges[R]. Workingham: Transport and Road Research Laboratory, 1976.
- [4] MITSCHKE M. Influence of road and vehicle dimensions on the amplitude of body motions and dynamic wheel loads (theoretical and experimental vibration investigations) [R]. New York: Society of Automotive Engineers, 1962.
- [5] 陈静. 车辆与路面相互作用的基础研究[D]. 长春: 吉林大学, 2002.
- CHEN Jing. Basic research on the interaction between vehicle and pavement [D]. Changchun: Jilin University, 2002.
- [6] 殷新锋, 谭锋, 吴月成. 基于桥面实测的刚构桥冲击系数分析[J]. *公路与汽运*, 2019(6): 127-132.
- YIN Xinfeng, TAN Feng, WU Yuecheng. Analysis of impact coefficient of rigid frame bridge based on deck measurement [J]. *Highways & Automotive Applications*, 2019(6): 127-132.
- [7] SUN L, LUO F Q. Nonstationary dynamic pavement loads generated by vehicles traveling at varying speed [J]. *Journal of Transportation Engineering*, 2007, 133(4): 252-263.
- [8] SAYERS M. The International Road Roughness Experiment (IRRE): Establishing correlation and a calibration standard for measurements [R]. World Bank Technical Paper, 1986.
- [9] 钱国平, 白诗尧. 车辆竖向振动荷载模型计算[J]. *中外公路*, 2012, 32(3): 70-75.
- QIAN Guoping, BAI Shiyao. Calculation of vehicle vertical vibration load model [J]. *Journal of China & Foreign Highway*, 2012, 32(3): 70-75.
- [10] 陶向华, 黄晓明. 车辆动荷载的频域模拟计算与分析[J]. *华中科技大学学报(城市科学版)*, 2003, 20(4): 47-50.
- TAO Xianghua, HUANG Xiaoming. Analysis and calculation of frequency domain simulations of dynamic load [J]. *J. of HUST. (Urban Science Edition)*, 2003, 20(4): 47-50.
- [11] FRÝBA L. Dynamic interaction of vehicles with tracks and roads [J]. *Vehicle System Dynamics*, 1987, 16(3): 129-138.
- [12] 邓学钧. 车辆-地面结构系统动力学研究[J]. *东南大学学报(自然科学版)*, 2002, 32(3): 474-479.
- DENG Xuejun. Study on dynamics of vehicle-ground pavement structure system [J]. *Journal of Southeast University (Natural Science Edition)*, 2002, 32(3): 474-479.
- [13] 梁波, 苏世毅, 罗红. 不平整条件下车-路耦合作用动力分析[J]. *工程力学*, 2009, 26(3): 189-194, 217.
- LIANG Bo, SU Shiyi, LUO Hong. Coupled dynamic analysis of vehicle-road system under roughness conditions [J]. *Engineering Mechanics*, 2009, 26(3): 189-194, 217.
- [14] 钟阳, 王哲人, 张肖宁. 不平整路面上行驶的车辆对路面随机动压力的分析[J]. *中国公路学报*, 1992, 5(2): 40-43, 12.
- ZHONG Yang, WANG Zheren, ZHANG Xiaoning. Random dynamic pressure of moving vehicle on rough pavement [J]. *China Journal of Highway and Transport*, 1992, 5(2): 40-43, 12.
- [15] 刘小云, 史春娟. 车辆荷载下沥青路面动力响应随机特性及可靠性分析[J]. *中国公路学报*, 2012, 25(6): 49-55.
- LIU Xiaoyun, SHI Chunjuan. Random characteristics and reliability analysis of asphalt pavement under vehicle random load [J]. *China Journal of Highway and Transport*, 2012, 25(6): 49-55.
- [16] 张兰. 多自由度双轴车辆模型在波形路面上的动力分析[D]. 重庆: 重庆交通大学, 2010.
- ZHANG Lan. Dynamic analysis of double axles vehicle model with multiple degree of freedom on wave road [D]. Chongqing: Chongqing Jiaotong University, 2010.
- [17] 郑仲浪. 大型货车对路面动作用力的研究[D]. 西安: 长安大学, 2007.
- ZHENG Zhonglang. Study on the dynamic force of large trucks acting on the road [D]. Xi'an: Chang'an University, 2007.

(责任编辑: 罗容; 校对: 李脉; 英文编辑: 刘至真)