

DOI:10.16544/j.cnki.cn43-1494/u.202411052025021977

文章编号:1674-599X(2025)01-0081-07

引用格式:李显平,戴洲游,杨鹏,等.基于随机场理论的岩溶区顶管施工地表变形规律分析[J].交通科学与工程,2025,41(1):81-87.

Citation: LI Xianping, DAI Zhouyou, YANG Peng, et al. Analysis of surface deformation law of pipe jacking construction in karst area based on random field theory[J]. Journal of Transport Science and Engineering, 2025, 41(1): 81-87.

基于随机场理论的岩溶区顶管施工地表变形规律分析

李显平,戴洲游,杨鹏,舒洋华

(湖南尚上市政建设开发有限公司,湖南 长沙 410007)

摘 要:【目的】岩溶区溶洞位置分布及溶洞发育的随机性,以及岩土参数固有的空间变异性使得岩溶区隧道施工的影响难以预测。【方法】以湖南省娄底市新化县的取水项目(坝塘顶管工程)为依托,基于马尔科夫随机场理论,利用数据间距小的物探数据与稀疏的钻孔数据对溶洞位置进行预测,建立地层类型模型;在地层类型模型的基础上,基于 Karhunen-Loève 变换生成岩土参数随机场,采用非侵入式有限差分法将岩土参数随机场导入 FLAC^{3D} 数值模型,探究岩溶区顶管施工诱发的地表变形规律;设置多组岩土参数,基于随机分析法分析岩土参数空间变异性对地表变形规律的影响。【结果】基于马尔科夫随机场理论,利用钻孔和物探数据可有效地预测溶洞的分布;相较于传统的均质地层数值模型分析方法,基于随机场理论考虑岩土参数空间变异性的随机分析方法能够给出地表变形的置信区间;随机场参数对地表变形置信区间的大小有显著影响,而对地表变形的类型无影响。【结论】基于随机场理论研究岩溶区顶管施工对地表变形的影响能够指导实际施工,对类似隧道的施工具有一定的借鉴意义。

关键词:岩溶区;顶管;空间变异性;马尔科夫随机场;地表变形

中图分类号:TU992.05

文献标志码:A

Analysis of surface deformation law of pipe jacking construction in karst area based on random field theory

LI Xianping, DAI Zhouyou, YANG Peng, SHU Yanghua

(Hunan Sunshine Municipal Construction and Development Co., Ltd., Changsha 410007, China)

Abstract: [Purposes] The randomness of karst cave distribution and development in karst areas, coupled with the inherent spatial variability of geotechnical parameters, renders it challenging to predict the impacts of tunnel construction in such environments. [Methods] Taking the Batang pipe jacking project for water intake in Xinhua County, Loudi City, Hunan Province as a case study, this paper predicted karst cave locations by using geophysical prospecting data with small data spacing and sparse borehole data according to the Markov random field theory and constructed a stratigraphic type model. On the basis of this model, the geotechnical parameter random fields were then generated through the Karhunen-Loève transform and imported into the FLAC^{3D} numerical model by using the non-invasive finite difference method. The FLAC^{3D} numerical model was employed to explore the law of surface deformation induced by pipe jacking construction in karst areas. Several sets of geotechnical parameters were used to investigate the influence of spatial variability of geotechnical parameters on the surface deformation law by using stochastic analysis. [Findings] The results indicate that based on

收稿日期:2024-11-05

基金项目:国家自然科学基金资助项目(52108381)

通信作者:李显平(1977—),男,高级工程师,主要从事隧道工程方面的研究工作。E-mail:1336595620@qq.com

投稿网址:https://jtkxygc.csust.edu.cn/jtkxygc/home

the Markov random field theory, the effective prediction of karst cave distribution can be realized with borehole and geophysical prospecting data. Compared with the traditional numerical model analysis of homogeneous strata, the stochastic analysis considering the spatial variability of geotechnical parameters by using the random field theory can provide confidence intervals of surface deformation. The random field parameters mainly influence the size of confidence intervals of surface deformation, but have no influence on the type of surface deformation. [Conclusions] Studying the influence of pipe jacking construction in karst areas with the help of the random field theory can guide actual construction processes, which is of some significance for the construction of projects similar to tunnels.

Key words: karst area; pipe jacking; spatial variability; Markov random field; surface deformation

顶管法施工由于机械化程度高、作业面小、施工成本低及对地面交通影响小等优点,被广泛用于市政给排水管、综合管廊等地下管道铺设的施工中^[1-2]。然而随着工程建设的需要,顶管项目也逐渐向岩溶区等极端环境发展^[3]。探究岩溶区顶管施工诱发的地表变形规律有助于提升施工安全可靠度。

国内外众多学者基于蒙特卡罗方法研究岩土参数空间变异性对施工的影响^[4-8]。文明等^[4]的研究表明,考虑空间变异性后,模拟得到的隧道横断面的沉降轮廓除呈现“单峰”型外,还可能呈现实际工况中出现的“隆起”型、“双峰”型等形态。张轩煜等^[7]的研究也表明,相较于采用确定性数值模拟方法,利用随机分析方法得到的地表变形具有更好的适用性。WU等^[8]的研究表明,双线隧道间的水平间距与竖直间距对失效概率几乎无影响,而随机场参数中的自相关距离对隧道的失效概率有影响,自相关距离越小,隧道的失效概率越大。

由于溶洞周边的岩体易发生变形和破坏,探明溶洞的分布及其发育情况也是确保岩溶区施工安全的基础^[9-11]。WU等^[12]、吴高桥等^[13]的研究表明,空洞距离地基越远,地基失效的概率越大。在实际工程中,岩溶区施工往往结合地质雷达^[14]、超前水平钻探^[15]及瞬变电磁法^[16]等超前地质预报方法探测溶洞的分布及发育情况。此外,何高峰等^[17]的研究表明,基于钻孔数据与物探数据,采用马尔科夫随机场可在施工前对溶洞的分布及其发育情况进行预测。

综上所述,由于溶洞分布的未知性与岩土参数的空间变异性,预测岩溶区施工引起的地表沉降比较困难。本文依托湖南省娄底市新化县的取水项目(坝塘顶管工程),采用马尔科夫随机场(Markov random field, MRF)对溶洞的分布进行预测,并结合 Karhunen-Loève 变换生成岩土参数随机场,探究岩溶区顶管施工诱发的地表变形规律及岩土参数空间变异性对地表变形规律的影响,为类似隧道的施工提供指导。

1 顶管数值模型

1.1 工程概况

为解决湖南省娄底市新化县供水紧张的问题,同时确保饮用水的水质,政府拟从资江取水。取水点位于湖南省冷水江市浪石滩水电站左岸球溪村。取水项目包含3段顶管工程:887 m的盐池坳顶管段、542 m的龙潜顶管段、704 m的坝塘顶管段。坝塘顶管为直线顶管,桩号为K15+500~K16+220,存在两个工作井与一个接收井。顶管单次最长顶进距离为557 m,为长距离圆形截面顶管施工方式。

坝塘顶管段的场区为溶蚀丘陵地貌区,地层主要为粉质黏土与白云岩,地势总体呈中间高四周低之势,地质剖面如图1所示。地面标高(以孔口标高为准)为216.88~232.33 m,相对高差为15.45 m,平均埋深为13.50 m。岩溶等级为中等发育,具体表现为岩石遭溶蚀形成溶洞、溶槽及裂隙。此外,根据勘察报告并结合管道的设计标高,可知该区域有较丰富的地下水。沿线地下水主要为赋存于白云岩溶洞与裂隙中的岩溶裂隙水,水位高于管道的设计标高,在白云岩中存在岩溶现象,可能会发生突水、突泥现象。

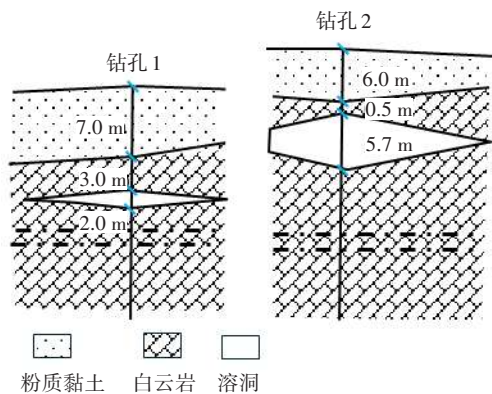


图1 地质剖面

Fig. 1 Geologic cross section

1.2 岩溶区地层建模

马尔科夫随机场是一种无向图模型^[18],它可以模拟和表达节点之间的空间依赖关系。在 MRF 模型中,每个节点的状态(地层类型)不仅依赖于节点本身的特性,还依赖于它与相邻节点的关系。由于 MRF 模型能够捕捉相邻节点之间复杂的相互关系,可用于表达地层类型。

地层建模的空间 Ω 定义为所有可能的地层剖面集合,可表示为:

$$\Omega = \{x_i | i \in S, x_i \in L\}$$

(1)

式中: i 为索引号; x_i 表示地层剖面的第 i 个元素; S 表示节点索引的集合; L 表示可能的状态集合。

地层模型中元素 x_i 的条件概率 $P(x_i|x_{\partial i})$ 可以简化为能量函数的指数形式,即元素 x_i 在其邻域状态为 $x_{\partial i}$ 时的条件概率:

$$P(x_i|x_{\partial i}) = \frac{P(x_i, x_{\partial i})}{\sum_{x'_i \in L} P(x'_i, x_{\partial i})}$$
$$= \frac{\exp(-U(x_i, x_{\partial i}))}{\sum_{x'_i \in L} \exp(-U(x'_i, x_{\partial i}))}$$

(2)

式中: $U(x_i, x_{\partial i})$ 为能量函数,表示 i 在其邻域系统 ∂i 内的局部能量; x'_i 为元素 x_i 在整个状态集合 L 中的所有可能状态。

Potts 模型常用于地层建模,是定义能量函数 $U(x_i, x_{\partial i})$ 最常用的方式之一^[19]。Potts 模型的形式为:

$$U(x_i, x_{\partial i}) = V_i(x_i) + \sum_{j \in \partial i} V_{i,j}(x_i, x_j)$$

(3)

$$V_{i,j}(x_i, x_j) = \begin{cases} 0 & x_i = x_j \\ \beta_d & x_i \neq x_j \end{cases}$$

(4)

式中: $V_i(x_i)$ 为势能函数,表示元素处于不同状态的概率; $V_{i,j}(x_i, x_j)$ 为描述相邻元素相互作用的势能函数; j 为索引号; β_d 为粒度系数,从集合 $\{\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4\}$ 中选择,表示网络中沿四个主要方向(0、 $\pi/4$ 、 $\pi/2$ 、 $3\pi/4$)的约束。二阶邻域系统如图 2 所示。

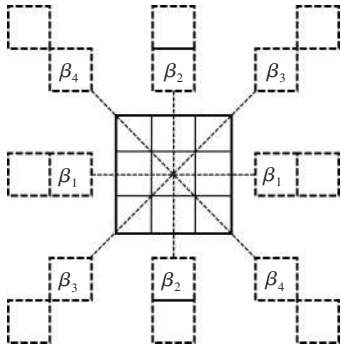


图 2 二阶邻域系统

Fig. 2 Second-order neighborhood system

根据钻孔数据可知,地层类型为粉质黏土、溶洞及白云岩三类。物探电阻率剖面如图 3 所示。根据图 3 的电阻率数据进行聚类,聚类结果作为 MRF 预测的初始地层类型,再按照 MRF 的原理优化地层分布,最终的地层预测结果如图 4 所示。MRF 模型的参数见表 1。

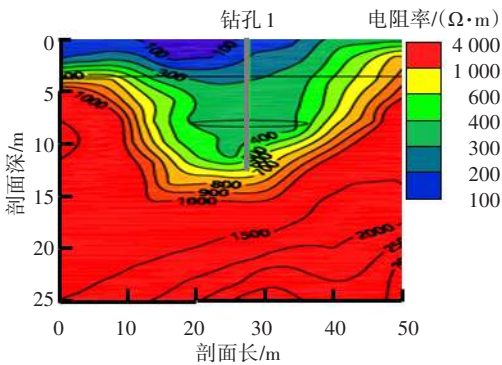


图 3 物探电阻率剖面

Fig. 3 Profile of geophysical resistivity

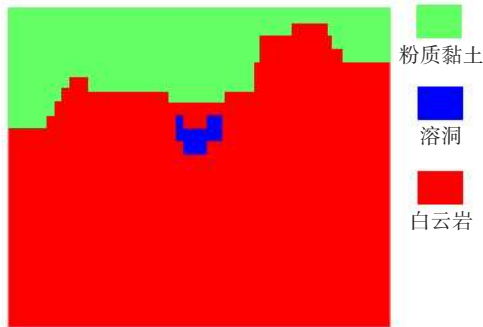


图 4 基于马尔科夫随机场的地层预测

Fig. 4 Stratigraphic prediction based on Markov random field

表 1 马尔科夫随机场模型参数

Table 1 Parameters of Markov random field model		
参数名称	符号	值
粒度系数	β_1	3.0
	β_2	3.0
	β_3	1.0
	β_4	1.0
竖直领域范围/m	∂_v	3.0
水平领域范围/m	∂_h	5.0

由图 3 可知,电阻率呈表层低、中下层高的特征。结合图 1 的地质剖面分析可知:表层为黏土,电阻率低;下部基岩为白云岩,电阻率高。地层中存在的基岩破碎和小型溶沟、溶槽可能引起电阻率异常。

1.3 岩土参数建模

本文采用谱分解方法中的 Karhunen-Loève 变换对参数进行离散化,截取 Karhunen-Loève 展开式的前 k 项生成随机场,公式为:

$$Y = \mu + \sum_{i=1}^k \sigma \sqrt{\lambda_i} f_i(x) \xi_i(\omega) \quad (5)$$

式中: Y 为岩土参数随机场; x 为空间位置; ω 表示随机变量; μ 为岩土参数的均值; σ 为岩土参数的标准差; k 为将特征值从大到小排序所截取的阶数; i 为从 1 到 k 逐一取值的整数; $\xi_i(\omega)$ 为基于标准正态分布抽样所得的随机变量; λ_i 为自相关函数的特征值; $f_i(x)$ 为 x 的特征函数, 特征函数和特征值可从自相关函数的谱分解中获得^[20]。

1.4 随机有限元数值模型

掘进地层主要为白云岩, 隧道直径 D 为 1.96 m。考虑到模型的边界效应, 模型 x 方向长度设置为 40 m, y 方向长度设置为 50 m, z 方向长度设置为 25 m。模型的地层主要为粉质黏土与白云岩, 利用 MRF 模型得到地层类型。溶洞位于 y 方向 22.0 ~ 26.0 m 处, 其底部距隧道拱顶 1.5 m。模型的网格划分如图 5 所示。

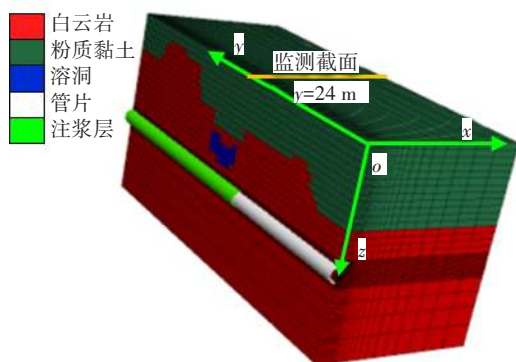


图5 模型网格划分

Fig. 5 Model meshing diagram

顶管施工可分为掘进、注浆和加管顶进三个阶段, 反复循环, 直到顶管施工至设计位置。数值模型采用摩尔-库伦破坏准则, 按以下过程和方式进行模拟: 在掘进阶段, 删除管道周围土体, 施加掘进压力以监测应力应变的状态; 在注浆阶段, 采用壳单元模拟泥浆, 并设置注浆压力; 在加管顶进阶段, 完成管节顶推后, 删除旧的壳单元和掘进压力, 重新设置注浆压力; 衬砌采用线弹性模型。模型的计算参数见表 2。

表2 模型计算参数

Table 2 Model calculation parameters

名称	重度/ ($\text{kN} \cdot \text{m}^{-3}$)	弹性模 量/MPa	泊松 比	黏聚力/ kPa	内摩擦 角/(°)
粉质黏土	19.5	23	0.37	30	14.3
白云岩	27.9	9 000	0.22	1 550	51.7
溶洞加固区	20.0	200	0.25	2 200	45.0
混凝土管片	24.0	33 000	0.20		
注浆层	19.0	200	0.24		

本文在模型中考虑弹性模量、内摩擦角、黏聚力的空间变异性, 并假定这些参数服从对数正态分布, 利用 Karhunen-Loève 展开式得到随机场。当岩土参数在 x 方向的自相关距离 l_x 为 3.0D, 在 y 方向的自相关距离 l_y 为 3.0D, 在 z 方向的自相关距离 l_z 为 0.3D, 变异系数为 0.3 时, 白云岩层杨氏模量的一次抽样结果如图 6 所示。

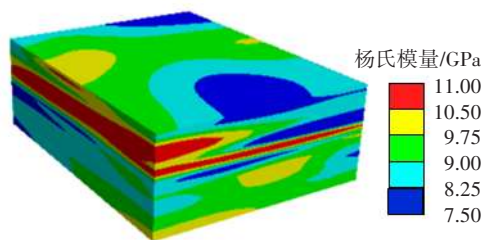


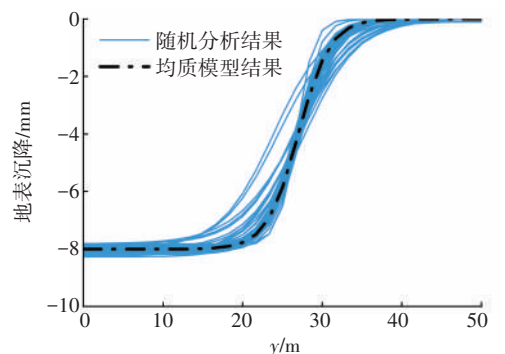
图6 白云岩层杨氏模量随机场

Fig. 6 Young's modulus random field of dolomite layers

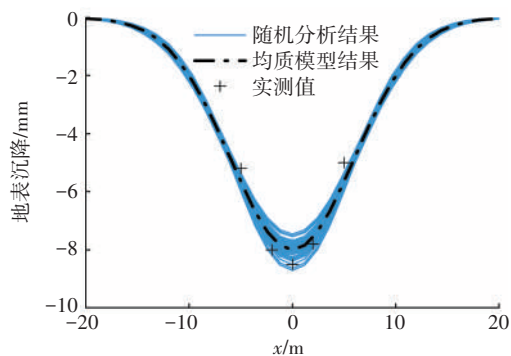
2 数值模拟结果分析

2.1 地表沉降分析

顶管顶进结束后监测截面的地表沉降轮廓如图 7 所示。图 7(a) 为顶进 30 m 时地表纵向沉降轮廓, 图 7(b) 为顶进结束后溶洞位置 ($y=24$ m 处) 地表横向沉降轮廓。



(a) 纵向沉降



(b) 横向沉降

图7 地表沉降轮廓

Fig. 7 The profile of surface settlement

由图7(a)可知,确定性分析与随机分析所得沉降轮廓曲线的趋势一致。由图7(b)可知,确定性分析、随机分析与实测所得沉降轮廓曲线的趋势一致,最不利沉降位置均位于中轴线附近。由此可见,参数的空间变异性不改变地表变形的规律。

由于考虑了参数的空间变异性,随机分析时最不利沉降可能位于中轴线的两侧,如图7(b)中虚线所示。由图7(b)可知,最不利沉降实测值为 -8.5 mm ,确定性结果为 -8.0 mm 。此外,距离中轴线 $-2\sim 2\text{ m}$,地表实测沉降值比确定性分析结果的大,即确定性分析结果有一定误差且偏不保守。相较于确定性分析所得确定值,随机分析结果的置信区间为 $-8.7\sim -7.5\text{ mm}$,包含了实测沉降值,即随机分析结果能较好地预测溶洞加固后顶管施工引起的地表变形。

2.2 随机场参数影响

PHOON等^[21]经过大量调研总结出土体在水平方向的随机性较弱,而在竖直方向的随机性较强。为进一步分析随机场的参数对顶管施工时地表变形的影响,本节设置了不同的工况以对比分析各因素对地表变形的影响,具体工况的设置见表3。

表3 随机分析参数

Table 3 Parameters of random analysis

工况	变异系数			自相关距离/ D		
	弹性模量	黏聚力	内摩擦角	l_x/D	l_y/D	l_z/D
RF1	0.3	0.3	0.3	3.0	3.0	0.3
RF2	0.5					
RF3	0.3	0.3	0.3	1.0	1.0	0.3
RF4				10.0	10.0	
RF5	0.3	0.3	0.3	3.0	3.0	1.0

每组工况下对监测截面的地表最大沉降计算1 000次,再进行统计分析,得到最不利变形均值,如图8所示。

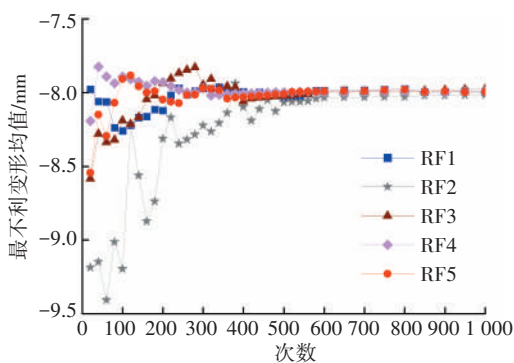


图8 最不利变形均值

Fig. 8 The mean of most unfavorable deformation

图9为不同的随机分析参数下地表最大沉降的概率分布曲线。RF1、RF3与RF4工况对应的曲线反映了水平方向自相关距离对地表沉降的影响。RF2与RF5工况对应的曲线反映了竖直方向的自相关距离对地表沉降的影响。

由图9可知,更大的变异系数与更小的自相关距离均导致概率分布曲线更加宽矮。变异系数越大、自相关距离越小意味着参数的空间变异性越大,相应的地表变形随机曲线就更离散,概率分布曲线就更为宽矮,最不利下沉超过安全值的概率更大,即地表出现塌陷的可能性越大。工况为RF4时,空间变异性最小,此时最不利变形概率分布曲线的单点统计特征逐渐凸显,地表沉降的随机特性和多样化特性逐渐消失。

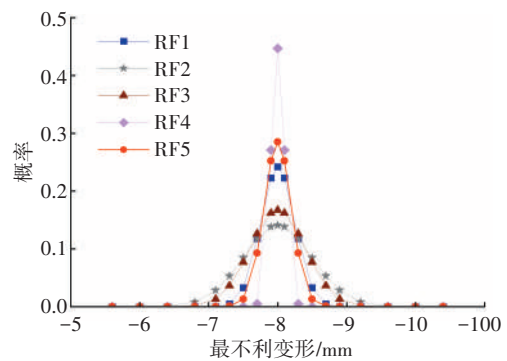
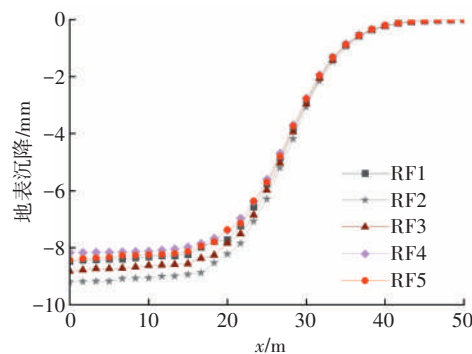


图9 最不利变形概率分布

Fig. 9 Probability distribution of the most unfavorable deformation

各工况下地表沉降如图10所示。考虑到在随机分析中均值能体现空间变异情况下地表最大可能的变形,而95%置信区间的下限值能得到更保守的估值,图10中的各点为取95%置信区间下限的保守值。

由图10可知,对于不同的空间变异性,各曲线的形状基本不变,可见空间变异性不改变地表变形曲线的形状,但随着空间变异性的增大,出现不利变形的情况增多且最不利变形值增加。



(a) 纵向沉降轮廓

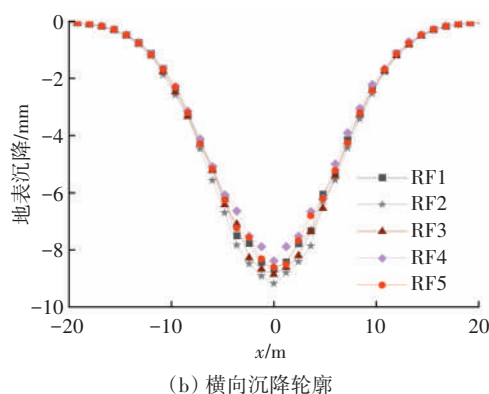


图10 不同工况下地表沉降

Fig. 10 Surface settlement in different calculation cases

3 讨论

本文在生成岩土参数随机场之前,先基于马尔科夫随机场理论建立地层类型模型,使得数值模型与实际现场更为贴近。此外,在生成随机场时,均值采用岩土勘察报告中的数值。随机分析的结果包络实测值,而均质模型的结果与实测值相差较远,可见考虑岩土参数空间变异性的随机分析能够指导实际施工。不同的空间变异性参数下地表沉降轮廓曲线的形状变化不明显,但当空间变异性较大时发生更大的沉降变形的概率增大,地表塌陷的概率增大。当然,对于不同的实际项目,应该根据实际工况有针对性地建模并开展随机分析。

4 结论

1) 马尔科夫随机场理论可有效地预测地层类型、溶洞分布位置。

2) 在利用马尔科夫随机场预测溶洞位置的基础上,考虑岩土参数的空间变异性并开展随机分析,得到的地表变形置信区间包络实际的地表变形,可用于指导实际施工。

3) 岩土物理力学参数的空间变异性不影响对地表变形类型的预测,但对地表变形的置信区间有影响,且参数的空间变异性越大,地表发生塌陷的可能性越大。

参考文献(References):

- [1] 柳盛霖, 许斌锋, 于洪波, 等. 顶管施工对既有管线服役状态影响的物联网监测与分析[J]. 中外公路, 2019, 39(6): 287-291. DOI: 10.14048/j. issn. 1671-2579. 2019.06.060.
- LIU Shenglin, XU Binfeng, YU Hongbo, et al.

Monitoring and analysis of impact of pipe jacking construction on service status of existing pipeline based on internet of things [J]. Journal of China & Foreign Highway, 2019, 39(6): 287-291. DOI: 10.14048/j. issn.1671-2579.2019.06.060.

- [2] 银英姿, 赵强, 崔芳静, 等. 土压平衡矩形顶管施工引起的地表沉降探究[J]. 长江科学院院报, 2019, 36(1): 95-101. DOI: 10.11988/ckyyb.20170699.
- YIN Yingzi, ZHAO Qiang, CUI Fangjing, et al. Ground subsidence caused by earth pressure balanced rectangular pipe jacking construction [J]. Journal of Changjiang River Scientific Research Institute, 2019, 36(1): 95-101. DOI: 10.11988/ckyyb.20170699.
- [3] 陈湘生. 极端环境隧道建造面临的主要问题及发展趋势[J]. 隧道建设, 2024, 44(3): 401-432. DOI: 10.3973/j.issn.2096-4498.2024.03.001.
- Chen Xiangsheng. Main problems and development trend of tunnel construction in extreme environment [J]. Tunnel Construction, 2024, 44(3): 401-432, DOI: 10.3973/j.issn.2096-4498.2024.03.001.
- [4] 文明, 张顶立, 房倩. 高速铁路隧道围岩参数空间变异性的力学响应分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2017, 36(7): 1697-1709. DOI: 10.13722/j.cnki.jrme.2017.0002.
- WEN Ming, ZHANG Dingli, FANG Qian. Mechanical response analysis of spatial variability of surrounding rock parameters of high-speed railway tunnel [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2017, 36(7): 1697-1709. DOI: 10.13722/j. cnki. jrme.2017.0002.
- [5] 李健斌, 陈健, 程红战, 等. 考虑空间变异性的盾构隧道地层力学响应敏感性分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2019, 38(8): 1667-1676. DOI: 10.13722/j.cnki. jrme.2018.0908.
- LI Jianbin, CHEN Jian, CHENG Hongzhan, et al. Sensitivity analysis of mechanical parameters to surrounding-soil response induced by shield tunneling considering spatial variability [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2019, 38(8): 1667-1676. DOI: 10.13722/j.cnki.jrme.2018.0908.
- [6] 田宁, 陈健, 田铠玮, 等. 基于三维随机场的地表堆载引发运营隧道变形分析[J]. 岩土工程学报, 2022, 44(增刊2): 120-124. DOI: 10.11779/CJGE2022S2026.
- TIAN Ning, CHEN Jian, TIAN Kaiwei, et al. Deformation of tunnels in service induced by ground surface surcharge based on 3D random field[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2022, 44(sup 2): 120-124. DOI: 10.11779/CJGE2022S2026.
- [7] 张轩煜, 施成华, 孙晓贺, 等. 基于随机场理论的顶管隧道施工地表变形特性分析[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2023, 54(6): 2174-2189. DOI: 10.11817/j. issn.1672-7207.2023.06.009.
- ZHANG Xuanyu, SHI Chenghua, SUN Xiaohe, et al. Analysis of surface deformation characteristics of pipe

- jacking tunnel construction based on random field theory [J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2023, 54(6): 2174-2189. DOI: 10.11817/j.issn.1672-7207.2023.06.009.
- [8] WU G, ZHAO H, ZHAO M, et al. Stochastic analysis of dual tunnels in spatially random soil [J]. Computers and Geotechnics, 2021, 129: 103861. DOI: 10.1016/j.compgeo.2020.103861.
- [9] 邓衍, 刘辉, 刘耀坤, 等. 安平隧道顶端溶洞对其围岩稳定性的影响[J]. 交通科学与工程, 2020, 36(1): 82-86. DOI: 10.3969/j.issn.1674-599X.2020.01.014.
- DENG Yan, LIU Hui, LIU Yaokun, et al. The influence of hidden karst cave at the top of Anping tunnel on the stability of surrounding rock in karst area [J]. Journal of Transport Science and Engineering, 2020, 36(1): 82-86. DOI: 10.3969/j.issn.1674-599X.2020.01.014.
- [10] 孙克国, 甄映州, 魏勇, 等. 富水岩溶区基坑稳定性影响规律与分析[J]. 现代隧道技术, 2023, 60(1): 149-158, 194. DOI: 10.13807/j.cnki.mtt.2023.01.015.
- SUN Keguo, ZHEN Yingzhou, WEI Yong, et al. Influence law and analysis of foundation pit stability in water-bearing karst area [J]. Modern Tunnelling Technology, 2023, 60(1): 149-158, 194. DOI: 10.13807/j.cnki.mtt.2023.01.015.
- [11] 梁裔举, 高山, 陈璐. 岩溶地区浅埋隧道变形分析及处治[J]. 交通科学与工程, 2023, 39(2): 49-54. DOI: 10.116544/j.cnki.cn43-1494/u.20230403001.
- LIANG Yiju, GAO Shan, CHEN Lu. Research on deformation analysis and treatment technology of shallow buried tunnels in karst area [J]. Journal of Transport Science and Engineering, 2023, 39(2): 49-54. DOI: 10.116544/j.cnki.cn43-1494/u.20230403001.
- [12] WU G, ZHAO H, ZHAO M. Undrained stability analysis of strip footings lying on circular voids with spatially random soil [J]. Computers and Geotechnics, 2021, 133: 104072. DOI: 10.1016/j.compgeo.2021.104072.
- [13] 吴高桥, 聂建国. 考虑地层空间变异性的岩溶区基础可靠度分析[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2022, 49(7): 45-53. DOI: 10.16339/j.cnki.hdxzbkb.2022070.
- WU Gaoqiao, NIE Jianguo. Reliability analysis of footings lying on karst area considering spatially variability of stratum [J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2022, 49(7): 45-53. DOI: 10.16339/j.cnki.hdxzbkb.2022070.
- [14] 廖艳程, 欧阳锋, 易志强, 等. 综合超前地质预报方法在岩溶隧道施工中的应用[J]. 矿业研究与开发, 2017, 37(2): 102-105. DOI: 10.13807/j.cnki.mtt.2015.02.029.
- LIAO Yancheng, OUYANG Feng, YI Zhiqiang, et al. Numerical simulation of influencing factors on dust distribution during shotcreting [J]. Mining Research and Development, 2017, 37(2): 102-105. DOI: 10.13807/j.cnki.mtt.2015.02.029.
- [15] 韦建昌, 邵羽, 梁铭, 等. 超前水平钻探在岩溶隧道地质预报中的应用研究[J]. 中外公路, 2020, 40(3): 220-226. DOI: 10.14048/j.issn.1671-2579.2020.03.047.
- WEI Jianchang, SHAO Yu, LIANG Ming, et al. Application of advance horizontal drilling in geological prediction in karst tunnels [J]. Journal of China & Foreign Highway, 2020, 40(3): 220-226. DOI: 10.14048/j.issn.1671-2579.2020.03.047.
- [16] 伍小刚, 李天斌, 张中, 等. 传统瞬变电磁法的改进及其在隧道超前地质预报中的应用[J]. 水文地质工程地质, 2021, 48(1): 163-170. DOI: 10.16030/j.cnki.issn.1000-3665.202003025.
- WU Xiaogang, LI Tianbin, ZHANG Zhong, et al. Improvement of traditional transient electromagnetic method and its application in tunnel advanced geological prediction [J]. Hydrogeology & Engineering Geology, 2021, 48(1): 163-170. DOI: 10.16030/j.cnki.issn.1000-3665.202003025.
- [17] 何高峰, 罗先启, 范训益, 等. 基于马尔科夫随机场的隧道岩溶发育规律分析[J]. 现代隧道技术, 2019, 56(1): 56-64. DOI: 10.13807/j.cnki.mtt.2019.01.009.
- HE Gaofeng, LUO Xianqi, FAN Xunyi, et al. Analysis on karst development laws of tunnels based on the Markov random field [J]. Modern Tunnelling Technology, 2019, 56(1): 56-64. DOI: 10.13807/j.cnki.mtt.2019.01.009.
- [18] KOLLER D, FRIEDMAN N. Probabilistic graphical models: principles and techniques [M]. Cambridge, MA: MIT Press, 2009.
- [19] LI S. Markov random field modeling in image analysis [M]. London: Springer, 2009.
- [20] ZHANG D, LU Z. An efficient, high-order perturbation approach for flow in random porous media via Karhunen-Loève and polynomial expansions [J]. Journal of Computational Physics, 2004, 194(2): 773-794. DOI: 10.1016/j.jcp.2003.09.015.
- [21] PHOON K K, KULHAWY F H. Characterization of geotechnical variability [J]. Canadian Geotechnical Journal, 1999, 36(4): 612-624. DOI: 10.1139/t99-038.

(责任编辑:熊怡)