文章编号: 1674-599X(2022)01-0037-06

# 浅埋小净距隧道围岩压力的极限分析

晏莉, 文胜, 喻少华, 杨海涛, 吕超慧

(长沙理工大学 土木工程学院, 湖南 长沙 410114)

摘 要:基于 Mohr-Coulomb 强度准则,利用极限分析上限定理,推导出浅埋小净距隧道围岩压力计算新公式。 采用 MATLAB 数值模拟软件中的 fmincon 函数进行最优化计算,求解该破坏模式下围岩压力的上限解,并将该 计算值与规范法计算结果进行了对比。研究结果表明:该计算值与规范法计算结果比较接近,验证了该计算方 法可行:随着系数 m 的增大,浅埋小净距隧道两侧破坏土体的范围逐渐增大,围岩压力也逐渐增大且增长率呈 递减的趋势。

# Limit analysis for the stress in the surrounding rock of shallow-buried small spacing tunnel

YAN Li, WEN Sheng, YU Shao-hua, YANG hai-tao, LYU chao-hui (School of Civil Engineering, Changsha University of Science & Technology, Changsha 410114, China)

Abstract: Based on the nonlinear Mohr Coulomb strength criterion and the upper bound limit theory, a new formula for calculating the stress in the surrounding rock of shallow-buried small spacing tunnel was derived. The optimization calculation was conducted by using the fmincon function in MATLAB software. The upper solution of the stress in surrounding rock under the failure mode was obtained. The calculated values were compared with the results by the standard suggested method. The results show that the calculated value of the upper bound analysis is close to that of the standard suggested method, which verifies the proposed calculation method. With the increase of the coefficient m, the scope of soil failure on both sides of the shallow-buried small spacing tunnel increases gradually, the stress in surrounding rock also increases gradually, and the growth rate has a decreasing trend.

**Key words:** nonlinear failure criterion; shallow-buried small spacing tunnel; stress in surrounding rock; upper bound analysis

浅埋隧道围岩压力的计算方法主要有:岩柱 体结构理论、太沙基理论和规范法等,这些方法 都是利用极限平衡法对其进行理论推导。随着极 限分析理论的发展,在边坡稳定、地基承载力等 领域取得了诸多成果,国内外许多学者也纷纷将 其应用于隧道围岩的稳定性分析之中。Davis等 人<sup>111</sup>拟定出了4种黏性围岩条件下圆形浅埋隧道 的破坏模式,并将极限法得到的计算结果与离心 机试验结果进行对比,验证了此法的可行性。 Pan等人<sup>[2]</sup>通过对非圆形隧道破坏模式的研究, 利用极限分析上限理论和折减法,推导出非圆形 隧道的安全系数。Soubra等人<sup>[3]</sup>利用2种截断的 圆锥体刚块构造出一种新的破坏模式,并采用极 限分析上限法计算出在压力盾构作用下隧道开挖

收稿日期: 2020-12-25

基金项目:国家自然科学基金项目(51408067);湖南省教育厅优秀青年项目(18B136)

作者简介: 晏莉(1979一), 女, 长沙理工大学讲师, 博士。

面的土压力值。Atkinson等人<sup>[4]</sup>基于室内模型试 验,并运用极限分析理论对浅埋隧道围岩稳定性 问题展开了一系列探讨。Takemura等人的针对地 表水平的圆形隧道提出了考虑多因素的对称破坏 模式。谢骏等人10利用4种单洞圆形隧道破坏模 式,构造了考虑土重影响的近邻双孔隧道的破坏 模式,推导出双洞隧道围岩压力的上限解,并将 计算值与离心试验结果进行对比,验证了该上限 解的可行性。姜功良等人四通过极限分析理论推 导出隧道的稳定性系数,在一定程度上对上限解 进行了改良。杨峰等人間分析了浅埋隧道工作面 维持稳定所需要的支护力,建立了多刚性块的破 坏机制和相应的速度场。凌同华等人[9-10]利用 FLAC<sup>3D</sup>数值模拟软件,分析了不同施工顺序和 施工方法对小净距隧道围岩稳定性的影响。在软 弱围岩中,特别是在土体中,实验表明[11-14]大部 分土体都是服从非线性破坏准则。因此,作者拟 基于非线性破坏准则,利用极限分析上限定理, 建立浅埋小净距隧道的刚性块破坏模式, 推导出 浅埋小净距隧道围岩压力的半解析解表达式。

# 1 土体非线性破坏准则

土体的非线性 Mohr-Coulomb 准则及其切线 表达式为<sup>[15]</sup>:

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{c}_0 \left( 1 + \boldsymbol{\sigma}_n / \boldsymbol{\sigma}_t \right)^{1/m}$$
(1)

$$\tau = c_t + \sigma_n \tan \varphi_{\circ} \tag{2}$$

式中:  $\sigma_n$ 、 $\tau$ 分别为破坏面上的正应力和剪应力, kPa;  $\sigma_n$ 为轴向拉应力, kPa;  $c_0$ 为初始黏聚力, kPa;  $c_t$ 、tan $\varphi$ 分别为切线表达式的截距及斜率; m为非线性系数。

将式 (1) 和式 (2) 联立, 解得 c 的表达式为:  $c = \frac{m-1}{c} \left( \frac{m\sigma_{t} \tan \varphi}{m\sigma_{t}} \right)^{1/(1-m)} + \sigma \tan \varphi \quad (2)$ 

$$\mathcal{L}_{t} = \frac{1}{m} \mathcal{C}_{0} \left( \frac{1}{c_{0}} \right) + \mathcal{C}_{t} \tan \varphi_{0} \quad (3)$$

由切线法原理<sup>[16]</sup>可知:非线性破坏准则式(1)的上限解可根据式(2)和式(3)联立求解得到。

# 2 破坏模式及速度场的构建

#### 2.1 破坏模式的构建

根据《公路隧道设计规范 第一册 土建工程》

(JTG 3370.1-2018)<sup>1171</sup>中规定,以V级围岩为例, 当双洞隧道间距大于(2.0~2.5)B时,左、右两洞 开挖,岩柱侧产生的滑裂面相交于地表以上,此 时认为双洞隧道间几乎不产生影响,左、右两洞 围岩压力可按单洞隧道分别进行计算。当双洞隧 道间距小于(2.0~2.5)B时,两洞破裂面相交于地 表以下,此时两隧道间的影响不可忽略,围岩压 力的计算同单洞隧道的不一致。根据该规范<sup>[17]</sup>, 为方便分析计算,对浅埋小净距隧道破坏模式作 出简化及假设:

1) 将隧道开挖面简化为高*h*、开挖跨度*B*的 矩形断面,两洞室之间的净距为*D*,隧道埋深为 *H*。类似的圆形、三心圆洞室也可按此方法进行 简化。

2) 假设作用在隧道顶部的垂直压力q<sub>1</sub>、q<sub>2</sub>呈 线性分布,水平围岩压力呈均匀分布,分别为 e<sub>1</sub>、e<sub>2</sub>,满足条件e<sub>i</sub>=kq<sub>i</sub>(*i*=1、2),考虑两洞呈对 称分布,如图1所示。在图1中仅绘出左洞围岩 压力分布图。



图1 浅埋小净距隧道围岩压力分布

# Fig. 1 Stress distribution in surrounding rock of shallow-buried small spacing tunnel

3) 假设地面水平,土体均为连续单一的介质,隧道埋深较浅,应力水平不高,为简化计算,采用线性Mohr-Coulomb屈服准则。

 4)由于施工方法和开挖时间对隧道围岩压 力有较大影响,为便于分析计算,此处暂不考虑 施工方法对隧道围岩压力的影响。

5)杨小礼<sup>1181</sup>提出,选择速度场时,尽量使 速度场简单,对本研究破裂面进行简化。把实际 破裂面划分为2个小段,将交点首尾相连,用2 条折线来代替破裂面,按规范法<sup>1171</sup>构建小净距隧 道内侧破裂面形状,假定小净距隧道两侧破裂面 为对称分布,如图2所示。在图2中,α、ω、η 为间断线间的夹角。



图2 浅埋小净距隧道破坏模式

Fig. 2 Failure mode of the shallow-buried small spacing tunnel

#### 2.2 速度场的构建

根据破坏模式可知,由于隧道上部土体 ABFG和FGHIK存在周围围岩给的水平约束作 用,而竖直方向上仅受自身重力影响。由于结构 的对称性,认为其速度矢量v<sub>0</sub>的方向为竖直向 下。内外侧边墙处三角形刚性块的速度矢量分别 为v<sub>1</sub>和v<sub>2</sub>,各刚性块之间的相对速度分别为v<sub>0</sub>,和 v<sub>02</sub>。由相关流动法则<sup>[19]</sup>可知,各刚性块的速度矢 量和相对速度均满足矢量闭合关系,于是便可建 立该破坏模式相对应的速度场,如图3所示。



# 3 浅埋小净距隧道围岩压力新算法

#### 3.1 先行洞左侧围岩压力计算

考虑两洞为对称分布,选取小净距隧道先行 洞为研究对象,现对先行洞左侧拱顶垂直压力*q*<sub>1</sub> 计算式进行推导。

1) 速度矢量关系

根据相关流动法则和图3(a)可知,各速度间的矢量关系为:

$$\frac{v_0}{\cos(\alpha+2\varphi)} = \frac{v_1}{\cos\varphi} = \frac{v_{0_1}}{\sin(\alpha+\varphi)}^{\circ}$$
(4)

2) 重力功率 $P_{y_{+}}$ 的计算

先行洞左侧岩体重力功率为刚性块ABFG和 BCE的重力功率之和,各刚性块的边长关系为:

$$BC = \frac{h}{\cos \alpha}$$
(5)

$$BJ = h \cdot \tan \alpha_{\circ} \tag{6}$$

$$BD = H \cdot \tan \varphi_{\circ} \tag{7}$$

$$\mathbf{B} = \frac{H}{\cos\varphi}$$
(8)

于是得到各刚性块面积为:

$$S_{\Delta BCE} = \frac{1}{2} h^2 \tan \alpha \,. \tag{9}$$

$$S_{\#\mathbb{R}_{ABFG}} = \frac{1}{2} H (B + 2h \tan \alpha - H \tan \varphi)$$
(10)

由式(4)~(10)可知,先行洞左侧重力功率 $P_{y_{\pm}}$ 

的计算表达式为:

A

$$P_{\gamma_{\underline{x}}} = \int_{A} \gamma_{i} v_{i}^{*} dA = S_{\#ABFG} \gamma v_{0} + S_{\Delta BCE} \gamma v_{1} \cdot \cos(\alpha + \varphi) = \gamma v_{0} \cdot f_{1} \circ$$
(11)

其中,

$$f_{1} = S_{\text{#ABFG}} + S_{\text{\DeltaBCE}} \frac{\cos\varphi \cdot \cos(\alpha + \varphi)}{\cos(\alpha + 2\varphi)}$$
(12)

式中:  $\alpha$ 为间断线 BC 与 CE 间的夹角, (°);  $\varphi$ 为 内摩擦角, (°); *H*为隧道埋深, m; *h*为隧道洞 高, m;  $\gamma$ 为容重, kN/m<sup>3</sup>。

3) 内能散耗率P<sub>c+</sub>的计算

内能散耗率 $P_{c_x}$ 的值等于各间断线DE、BC 和AB上的内能散耗率之和,其计算式为:

39

其中,

$$f_2 = H + h \frac{\cos\varphi \cdot \sin\alpha \cdot \sin(\alpha + \varphi) + \cos^2\varphi}{\cos\alpha \cdot \cos(\alpha + 2\varphi)} \quad (14)$$

式中: c为黏聚力, kPa; S<sub>D</sub>为滑动面。

4) 支护反力功率P<sub>T</sub>的计算

支护反力可阻止隧道围岩发生变形,故认为 其值恒为负值,其计算式为:

$$P_{T_{\tilde{x}}} = \int_{S} F_{i} v_{i}^{*} \mathrm{d}S = -\frac{B}{2} q_{1} v_{0} - K q_{1} h v_{1} \cdot \sin\left(\alpha + \varphi\right)$$
$$= -q_{1} v_{0} \cdot f_{3} \circ \tag{15}$$

其中,

$$f_{3} = \frac{B}{2} + Kh \frac{\cos\varphi \cdot \sin(\alpha + \varphi)}{\cos(\alpha + 2\varphi)}.$$
 (16)

式中: K为待定参数,一般取K=0.4~0.6<sup>[20]</sup>。

根据虚功率原理可知, $P_{T_{t}} + P_{y_{t}} = P_{c_{t}}$ ,可计算 得到竖向支护反力 $q_1$ 的表达式为:

$$q_1 = \frac{\gamma \cdot f_1 - c \cdot f_2}{f_3}$$
(17)

5) 围岩压力上限解的优化

由式(17)可知,当隧道开挖截面尺寸及埋 深等参数确定时,由角度参数α确定围岩压力q<sub>1</sub> 的上限解,同时确定小净距隧道外侧破裂面的形 状。将围岩压力q<sub>1</sub>的求解问题转换为:角度参数 在满足物理意义的约束条件下,求解出目标函数 q<sub>1</sub>=f(α)的最大值。最大q<sub>1</sub>值才是对应破坏模式的 最优化上限解,此过程可以运用MATLAB数值 软件,利用序列二次规划算法来实现。求解出q<sub>1</sub> 后,根据e<sub>i</sub>=Kq<sub>i</sub>(i=1、2)求解水平围岩压力的 大小。由图3(a)所示的速度场可知,各角度参数 应满足以下约束条件:

$$\begin{cases} \alpha + \varphi > 0; \\ \frac{\pi}{2} - \alpha - 2\varphi > 0; \\ \frac{\pi}{2} + \varphi > 0_{\circ} \end{cases}$$
(18)

#### 3.2 先行洞右侧围岩压力计算

采用极限分析上限定理对先行洞右侧拱顶垂 直压力q<sub>2</sub>计算式进行推导。 1) 速度矢量关系

由图 3(b)可知, v<sub>0</sub>、v<sub>2</sub>、v<sub>02</sub>间的速度矢量关 系为:

$$\frac{v_0}{\sin \eta} = \frac{v_2}{\sin (\omega + \eta + \varphi)} = \frac{v_{0_2}}{\sin (\omega + \varphi)}, \quad (19)$$
2) 重力功率 $P_{\gamma_{fi}}$ 的计算式为:  
 $P_{\gamma_{fi}} = S_{GFKIH} \gamma v_0 + S_{\Delta IJK} \gamma v_2 \cos (\omega + \varphi) = \gamma v_0 f_4, \quad (20)$ 
3) 散耗功率 $P_{c_{fi}}$ 的计算式为:  
 $P_{c_{fi}} = c_t \cdot \cos \varphi (\text{IK} \cdot v_{0_2} + \text{IJ} \cdot v_2) = ch v_0 f_5, \quad (21)$ 
4) 支护反力功率 $P_{T_{fi}}$ 的计算式为:  
 $P_{T_{fi}} = -\frac{B}{2} q_2 v_0 - K q_2 h v_2 \sin (\omega + \varphi)$   
 $= -q_2 v_0 f_6, \quad (22)$ 

根据虚功率原理可知,  $P_{T_{t}} + P_{T_{t}} = P_{c_{t}}$ , 计算得 到竖向支护反力 $q_2$ 的表达式为:

$$q_{2} = \frac{\gamma \cdot f_{4} - ch \cdot f_{5}}{B + Kh \frac{\sin(\omega + \varphi) \cdot \sin(\omega + \eta + \varphi)}{\sin \eta}}$$
(23)

推导出 $q_2$ 表达式后,根据隧道围岩级别,按 照式(27),求出破裂角 $\beta_1$ 的大小,再求解出角 度 $\omega$ 的大小,将其代入式(23),便可求解出 $q_2$ 的计算值。

其中,  

$$f_{4} = \frac{BH}{2} + \frac{D}{4} \left( 2H + h - \frac{D}{2\tan\omega} + \frac{\sin(\omega + \eta + \varphi)\cos(\omega + \varphi)}{\sin\eta} h \right)_{\circ}$$
(24)

$$f_5 = \cos \varphi \frac{\sin \omega \sin (\omega + \varphi) + \sin (\omega + \eta) \sin (\omega + \eta + \varphi)}{\sin^2 \eta}$$

$$f_6 = \frac{B}{2} + Kh \frac{\sin(\omega + \varphi)\sin(\omega + \eta + \varphi)}{\sin\eta}$$
(26)

$$\tan \beta_1 = \tan \varphi_c + \sqrt{\frac{\left(\tan^2 \varphi_c + 1\right) \cdot \tan \varphi_c}{\tan \varphi_c - \tan \theta}} \,. \tag{27}$$

# 4 对比分析

隧道设计计算参数为: 以V级围岩为例,隧 道开挖宽度*B*为16.7 m,埋深*H*为15 m,两洞间 的净距*D*为5.66 m,开挖高度*h*为8.1 m,参照规 范<sup>[17]</sup>选取围岩容重γ为20 kN/m<sup>3</sup>, *φ*、*θ*、*φ*<sub>c</sub>分别 为18°、27°、45°, 黏聚力*c*为10 kPa, 根据式 (17)和式(23)计算,可得到垂直压力*q*<sub>1</sub>和*q*<sub>2</sub>。 分别计算*K*=0.40~0.60时垂直压力*q*<sub>1</sub>和*q*<sub>2</sub>的大 小,并将本研究上限值和规范值进行对比,结果 见表1。

表1 规范法与本研究计算结果对比汇总表

Table 1Comparison of calculation results obtained by thestandard suggested method and our proposed methodkPa

K	极限分析上限法		规范法	
	$q_1$	$q_2$	$q_1$	$q_2$
0.40	238.22	320.43	269.80	275.30
0.45	226.98	313.14	269.80	275.30
0.50	217.13	305.58	269.80	275.30
0.55	208.40	297.72	269.80	275.30
0.60	200.58	291.54	269.80	275.30

由表1可知,随着系数K的增大,内外侧垂 直压力逐渐减小,q<sub>1</sub>、q<sub>2</sub>间的差值不断扩大,内 侧的围岩压力值始终大于隧道外侧的,表明:浅 埋小净距隧道中隔岩柱侧为最不利,对其进行设 计施工时应重点防护。相比于规范值,按本研究 上限分析法得到的外侧围岩压力上限值偏小,而 内侧压力上限值偏大,这是与小净距隧道破坏模 式的构造等因素有关。当K值为0.4时,本研究 计算结果与规范值比较接近,表明:本研究按极 限分析上限法计算浅埋小净距隧道围岩压力是合 理可行的。

# 5 非线性系数 m 对围岩压力的影响

为研究系数*m*对围岩压力*q*的影响,以V级 围岩为例,取*θ*=27°、*q*<sub>c</sub>=45°,埋深*H*=20m,单洞 开挖跨度*B*=16m,高*h*=10m,两洞净距*D*=8m, 黏聚力*c*=50kPa,取系数*K*=0.5,系数*m*为变化 值,分别绘出*m*=1.1、1.2、1.3、1.4时优化后的 破坏模式如图4所示。从图4中可以看出,非线 性系数*m*对浅埋小净距隧道围岩压力有着较大的 影响,且随着非线性系数*m*的增大,小净距隧道 两侧破裂面逐渐向外突出,破坏土体范围逐渐变 大,围岩压力也随之增大,内侧破裂面不发生 改变。





# 6 结论

针对浅埋小净距隧道围岩压力,采用理论分 析进行研究,得到结论为:

 构造浅埋小净距隧道的破坏模式,并结 合极限分析上限法和相关流动法则,建立与之对 应的刚性块和速度场,推导出浅埋小净距隧道围 岩压力半解析解表达式。

 2)通过算例计算发现,当系数K较小时, 上限值与规范值比较接近,验证了本研究计算方 法的可行性。

3)非线性系数m对浅埋小净距隧道围岩压 力有着较大的影响。随着系数m的增大,浅埋小 净距隧道两侧破坏区域逐渐变大,围岩压力也随 之增大。

#### 参考文献(References)

- Davis E H, Gun J, Mair R J, et al. The stability of shallow tunnels and underground openings in cohesive material [J]. Géotechnique, 1980,30(4):397-416.
- [2] Pan Q J, Dias D. Upper-bound analysis on the face stability of a non-circular tunnel[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2017,62:96-102.
- [3] Soubra A H, Dias D, Emeriault F, et al. Threedimensional face stability analysis of circular tunnels by a kinematical approach[C]//Geo Congress 2008. New Orleans, Louisiana, USA. Reston, VA, USA: American Society of Civil Engineers, 2008: 894-901.
- [4] Atkinson J H, Potts D M. Stability of a shallow circular tunnel in cohesionless soil[J]. Géotechnique, 1977, 27 (2):203-215.
- [5] Takemura J, Kimura T, Wong S F. Undrained stability of two-dimensional unlined tunnels in soft soil[J].

Doboku Gakkai Ronbunshu, 1990,1990(418):267-277.

- [6] 谢骏,刘纯贵,于海勇.双平行圆形隧道稳定的塑性极限分析上限解[J]. 岩石力学与工程学报,2006,25(9):
  1835-1841. (XIE Jun, LIU Chun-gui, YU Hai-yong. Upper bound solutions of plastic limit analysis for the stability of two parallel circular tunnels[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006,25 (9):1835-1841.(in Chinese))
- [7] 姜功良.浅埋软土隧道稳定性极限分析[J].土木工程 学报,1998,31(5):65-72. JIANG Gong-liang. Limit analysis of the stability of shallow tunnels in soft ground[J]. China Civil Engineering Journal, 1998,31 (5):65-72.(in Chinese))
- [8] 杨峰,阳军生.浅埋隧道围岩压力确定的极限分析方法[J].工程力学,2008,25(7):179-184. (YANG Feng, YANG Jun-sheng. Limit analysis method for determination of earth pressure on shallow tunnel[J]. Engineering Mechanics, 2008, 25(7): 179-184. (in Chinese))
- [9] 凌同华,谢伟华,周凯,等.施工顺序对浅埋偏压小净距 隧道围岩稳定性影响的分析[J].公路与汽运,2016(4):
  263-267. (LING Tong-hua, XIE Wei-hua, ZHOU Kai, et al. Analysis of the influence of construction sequence on the stability of surrounding rock of shallow bias small clear distance tunnel [J]. Highways & Automotive Applications, 2016(4): 263-267. (in Chinese))
- [10] 唐勇三.大断面小净距隧道围岩压力的数值模拟研究
  [J].交通科学与工程,2020,36(4):69-75. (TANG Yongsan. The ground pressure of neighbor tunnel with large section based on numerical imulations[J]. Journal of Transport Science and Engineering, 2020,36(4):69-75. (in Chinese))
- [11] Lade P V. Elasto-plastic stress-strain theory for cohesionless soil with curved yield surfaces[J]. International Journal of Solids and Structures, 1977,13 (11):1019-1035.
- [12] Hoek E, Brown E T. Empirical strength criterion for rock masses[J]. Journal of the Geotechnical

Engineering Division, 1980,106(9):1013-1035.

- [13] Agar J G, Morgenstern N R, Scott J D. Shear strength and stress—strain behaviour of Athabasca oil sand at elevated temperatures and pressures[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1987,24(1):1-10.
- [14] Santarelli F. Theoretical and experimental investigation of the stability of the axisymmetric borehole[D]. London:University of London, 1987.
- [15] Zhang X J, Chen W F. Stability analysis of slopes with general nonlinear failure criterion[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1987,11(1):33-50.
- [16] Yang X L, Yin J H. Estimation of seismic passive earth pressures with nonlinear failure criterion[J]. Engineering Structures, 2006, 28(3): 342-348.
- [17] 招商局重庆交通科研设计院有限公司.公路隧道设计规范 第一册 土建工程:JTG 3370.1—2018[S].北京:人民交通出版社,2019. (China Merchants Chongqing Communications Technology Research & Design Institute Co.,Ltd.. Specifications for design of highway tunnels section 1 civil engineering: JTG 3370.1—2018 [S]. Beijing: China Communications Press, 2019. (in Chinese))
- [18] 杨小礼.线性与非线性破坏准则下岩土极限分析方法 及其应用[D].长沙:中南大学,2002. (YANG Xiao-li. Limit analysis method and its application to geotechnical engineering with linear and nonlinear failure criteria[D]. Changsha: Central South University, 2002. (in Chinese))
- [19] Chen W F.Limit analysis and soil plasticity[M].Elsevier Science, Amsterdam, 1975:1~48.
- [20] 杨小礼,王作伟.非线性破坏准则下浅埋隧道围岩压 力的极限分析[J].中南大学学报(自然科学版),2010, 41(1):299-302. (YANG Xiao-li, WANG Zuo-wei. Limit analysis of earth pressure on shallow tunnel using nonlinear failure criterion[J]. Journal of Central South University: Science and Technology, 2010, 41(1): 299-302.(in Chinese))