

文章编号: 1674-599X(2020)01-0087-06

高速公路交通事故后基于优化的强制换道研究

王正武, 邹文竹, 郝威

(长沙理工大学 交通运输工程学院, 湖南 长沙 410114)

摘 要: 为保证高速公路事故点上游的车辆能顺畅地通过事故影响区, 尽量避免发生交通拥堵和二次事故, 构建了基于优化的强制换道模型。以事故发生后换道车辆纵向行驶距离之和为最小目标, 以最小安全距离和换道完成时间等为约束条件, 构建了换道可行点及换道方式的优化选择模型。经算例分析, 验证了该方法的有效性。实验结果表明: 初始流量和初始速度对换道车辆的换道方式、换道点均存在显著影响, 该模型可有效地优化车辆的换道点和换道方式的选择。

关键词: 交通工程; 强制换道模型; 最小安全间距; 优化选择; 高速公路

中图分类号: U491.1

文献标志码: A

DOI:10.16544/j.cnki.cn43-1494/u.2020.01.015

Research on mandatory lanechange based on optimization after traffic accidents on the expressway

WANG Zheng-wu, ZOU Wen-zhu, HAO Wei

(School of Traffic and Transportation Engineering, Changsha University of Science & Technology, Changsha 410114, China)

Abstract: In order to ensure that upstream vehicles can successfully pass accident influence area, and avoid traffic congestion and secondary accidents, mandatory lane-changing model based optimization was built. Optimization selection model of feasible point and lane-changing mode was set up, and the optimization goal was to minimize the sum of longitudinal travel distances of lane-changing vehicles and the constraint were the minimum safe space and time of lane-changing completion. To verify the effectiveness of the proposed method, a case study was carried out, and calculation results of different initial flow and speed were analyzed. Calculations prove that initial flow rate and speed have an important influence on the lane-changing mode and the lane-changing point. The model proposed can effectively optimize the vehicle's changeover point and the lane-changing mode.

Key words: traffic engineering; mandatory lane-changing; minimum safety space; optimal selection; freeway

高速公路发生交通事故后, 事故点上游车辆需换道来避开事故车道。目前, 已有不少学者研究了换道问题。换道问题分为换道决策研究、换道模型研究及换道轨迹研究等。换道决策的内容包括: 意图产生、目标车道选择及换道条件评估等。在换道决策研究方面, Kanaris^[1]等人针对自动高速公路系统中车辆换道问题, 提出了基于最小安全距离换道

条件的评估方法。Talebpour^[2]等人提出了车联网环境下, 基于博弈论的换道决策模型。Meng^[3]等人引入结构平衡理论, 考虑车辆间的相互影响, 建立了滚动时域控制的换道博弈模型。Nilsson^[4]等人按是否换道、何时换道及如何换道3步, 分析了自动驾驶车辆的换道决策问题。Hidas^[5]为智能交通系统提出了强制换道和协同换道模型, 并通过仿真实验,

收稿日期: 2019-11-13

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51678075); 湖南省重点领域研发计划项目(2019SK2171)

作者简介: 王正武(1973-), 男, 长沙理工大学教授, 博士。

(C)1994-2021 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. <http://www.cnki.net>

验证了拥挤情况下强制换道和协同换道的可行性。李玉洁^[6]等人分析了施工区不同换道点道路交通状态的变化特性和最佳换道点的选择问题。李珣^[7]等人利用威胁度函数,刻画了多车辆间的相互关系,建立了车、路协同环境下考虑局部区域车辆状态的协同换道规则模型。李娟^[8-9]等人分别建立了自由换道、强制换道及协作换道3种换道方式的换道模型和跟随车与换道车之间的最小安全距离模型。吴江玲^[10-11]等人建立高速公路强制换道持续时间的生存模型,分析了车辆类型和换道时间对换道耗时的影响。在换道轨迹研究方面,现有研究以几何曲线法为主。Nelson^[12]为构建曲率连续的自动车辆导引轨迹,首创了多项式轨迹曲线方法。Piazzzi^[13]等人提出五次多项式轨迹规划方法,保证了自动驾驶车辆轨迹的平坦性和可执行性。游峰^[14]等人考虑车辆间的相互影响,基于换道安全,提出了面向无人驾驶车辆的协同换道轨迹规划方法。已有的研究中,多数均假设车辆匀速换道,很少考虑减速换道的情况,且都是研究的单车换道行为。实际上,若目标车道车头间距合适,后车也可能跟随前车一起换道。大多数车辆换道是基于规则选择可行换道点进行换道,很少基于优化的方法来确定换道点。而且,在基于规则选择换道点时,很少考虑前车换

道点的选择对上游车辆运行状况和换道点的影响。因此,作者拟基于车流波理论,确定高速公路交通事故影响区及目标车道上不同位置车辆的运行速度,以换道距离和最小安全距离等为约束条件,构建跟车换道可行点模型;以换道车辆纵向行驶距离之和最小为目标,建立车联网环境下换道可行点及方式的协调优化选择模型,以提高交通事故影响区的运行效率。

1 基于优化的换道模型

1.1 问题描述

高速公路上交通事故发生后,事故点可通行的车道数减少,事故点上游的部分车辆需强制换道。本研究以双向四车道高速公路因交通事故导致一个车道封闭的情况(如图1所示)为例。设事故发生时刻为 t_0 ,恢复通车时刻为 t_f , t_0 至 t_f 时间内事故路段上单向交通量为 Q (忽略事故路段交通量的波动);在 t_0 时刻,事故点上游车辆运行速度均为 v_0 ,事故车道上车辆 i 的位置为 $[X_i(t_0), Y_i(t_0)]$,目标车道上车辆 k 的位置为 $[X_k(t_0), Y_k(t_0)]$,事故影响区长度为 S 。

在车联网环境下,高速公路交通事故影响区车

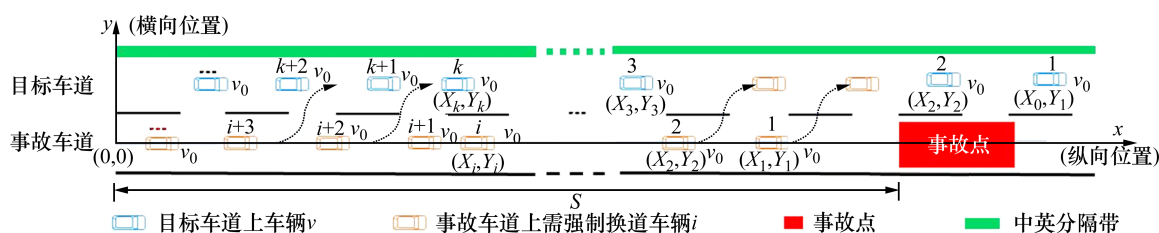


图1 事故路段车辆换道场景

Fig. 1 Lane-changing scene on accident link

辆换道的问题可描述为:根据初始时刻事故路段所有车辆的位置和速度信息,确定 t_0 至 t_f 时间内任意时刻事故影响区各位置车辆的运行速度,计算事故车道上各位置车辆的跟车换道可行点,并以换道车辆纵向行驶距离之和最小为目标进行优化,确定事故车道上各车辆的换道点、换道方式(单车换道或跟车换道,图1中事故车道上车辆1和2就是跟车换道、车辆 $i+2$ 、 $i+3$ 就是单车换道)。

1.2 影响区模型

交通事故发生后,事故点上游车辆基于车联网获取实时信息,目标车道上的车辆将采取制动措

施,从而形成车流波并向上游传播,初始时刻 t_0 至结束时刻 t_f 时间段 Δt 内传播的距离就是事故影响区长度 S 。

$$S = \frac{1}{2} v_w \Delta t \quad (1)$$

$$v_w = \frac{C_{II} - Q}{K_{II} - K} \quad (2)$$

式中: v_w 是波速; C_{II} 为事故点要求的二级服务水平下的最大服务交通量(也可以取为尽快疏散交通需保持的最大交通量或其他值); K_{II} 为 C_{II} 所对应的密度; K 为事故开始时事故车道上车流密度, $K = 0.5Q/v_0$ 。

设目标车道的车辆均以减速度 a 匀减速到最佳车速 v_{II} 后保持匀速行驶, 直到通过事故点, t_0 至 t_f 时间内任意时刻 t 影响区内车辆 k 的运行速度为:

$$v_k(t) = \begin{cases} v_0 - a\Delta\phi_t, 0 \leq \Delta\phi_t \leq t_c; \\ v_{II}, \Delta\phi_t \geq t_c. \end{cases} \quad (3)$$

式中: $\Delta\phi_t$ 为车辆从 t_0 时刻到 t 时刻行驶的时间; t_c 为减速时间; v_{II} 为最佳车速。

陈凯贤^[15-16]等人分别针对高速公路事故影响区域和高速公路施工区的车辆速度限制进行了研究。在本研究中, 为了保证车辆的通行效率, 最佳车速 v_{II} 为二级服务水平下密度 K_{II} 时对应的速度。减速时间的计算式为:

$$t_c = \frac{v_0 - v_{II}}{a}. \quad (4)$$

1.3 跟车换道可行点模型

事故发生后, 设事故车道上的车辆在换道前仍以初始速度 v_0 匀速前行, 在前行过程中, 不断寻找换道可行点, 在选择换道可行点以纵向减速度 a_x 进行减速换道, 达到目标车道的运行车速 v_{II} 后跟随目标车道上的前车匀速行驶。换道可行点包括单车换道可行点和跟车换道可行点 2 类。在单车换道可行点的基础上, 基于最小安全距离约束判断是否能后续 m 辆车跟车换道。

设车辆 i 选择换道点 y 在 t 时刻完成换道后目标车道上的前、后车分别为 k 和 $k+1$, 车辆 i 的单车换道可行点集合为 R_i , 则 R_i 可表示为:

$$R_i = \{r_{iy} | X_{k+1}(\Delta\phi_t) + L_s - \Delta x \leq r_{iy} \leq X_k(\Delta\phi_t) - L_s - \Delta x, r_{iy} \leq S - \Delta x, t_d \leq \Delta\phi_t \leq t_i\}. \quad (5)$$

$$r_{iy} = X_i(t_0) + v_0(\Delta\phi_t - t_d). \quad (6)$$

$$t_d = \frac{v_0 - v_{II}}{a_x}. \quad (7)$$

$$t_i = \frac{S - X_i(t_0)}{v_0}. \quad (8)$$

$$\Delta x = v_0 t_d - \frac{1}{2} a_x t_d^2. \quad (9)$$

$$X_k(t) = \begin{cases} X_k(t_0) + v_0 \Delta\phi_t - \frac{1}{2} a \Delta\phi_t^2, & 0 \leq \Delta\phi_t \leq t_c; \\ X_k(t_0) + v_0 t_c - \frac{1}{2} a t_c^2 + v_{II}(\Delta\phi_t - t_c), & t_c < \Delta\phi_t \leq t_i. \end{cases} \quad (10)$$

式中: r_{iy} 为车辆 i 的换道点 y 的横坐标; t_d 为车辆换道所需的时间; t_i 为换道车辆 i 在事故车道上以初始速度 v_0 匀速行驶到达事故点的最长时间; Δx 为车辆 i 换道过程中行驶的纵向距离; L_s 为车辆速度 v_{II} 时目标车道上车辆间的最小安全距离。

式(5)表示单车换道可行集应满足的约束分别为: 车辆 i 从换道点 y 开始换道, 完成换道后与目标车道上前、后车 k 和 $k+1$ 的距离应满足最小安全距离; 车辆 i 的换道点 y 应在最晚换道点之前; 车辆 i 换道应该在 t_d 到 t_i 时间段内完成。

式(6)表示车辆 i 在 t 时刻能够完成换道时的可行换道点位置; 式(7)表示换道所需的时间即换道车辆完成横向移动所需的时间; 式(8)保证车辆在时间段 t_i 内完成换道, 即在到达事故点之前完成换道; 式(9)表示车辆 i 换道所行驶的纵向距离; 式(10)表示目标车道上车辆 k 在任意 t 时刻的纵向位置。

在车辆 i 和车辆 $i-1$ 单车换道可行点集合分别为 R_i 和 R_{i-1} 的基础上, 判断哪些可行点可进行跟车换道的可行点。若车辆 i 跟随前车 $i-1$ 换道, 则车辆 i 的跟车换道可行点的集合为:

$$R'_i = \{r'_{iy} | r'_{iy} \leq r_{i-1u} - L_s, X_{k+1}(\Delta\phi_t) \leq r'_{iy} + \Delta x r_{i-1u} + \Delta x \leq X_k(\Delta\phi_t), t_d \leq \Delta\phi_t \leq t_i, r'_{iy} \in R_i, r_{i-1u} \in R_{i-1}\}. \quad (11)$$

式中: r'_{iy} 为车辆 i 的换道点 y 的横坐标; r'_{i-1u} 为车辆 $i-1$ 选择换道点 u 的横坐标位置开始换道。

式(11)表示车辆 i 跟车换道可行集应满足的约束分别为: 车辆 i 与前车 $i-1$ 之间换道点的距离应满足最小安全距离; 完成换道后, 车辆 i 与前车 $i-1$ 进入目标车道, 且处于相同的车辆 k 和 $k+1$ 之间。车辆 i 换道应该在 t_d 到 t_i 时间段内完成。

1.4 跟车可行点的优化选择模型

高速公路上发生交通事故之后, 若事故点上游车辆换道不及时, 将可能导致二次事故的发生, 进而加剧交通拥堵。为避免发生二次事故, 处于事故点上游的车辆应尽快换道至目标车道以远离事故点。因此, 本研究目标是使影响区内所有换道车辆在事故发生时刻至完成换道时刻所行驶的纵向距离之和最短, 建立的目标函数为:

$$\min Z = \sum_{i=1}^N [r'_{iy} + \Delta x - X_i(t_0)]. \quad (12)$$

s.t.

$$r'_{iy} \in R_i \cup R'_i. \quad (13)$$

式(12)表示影响区上所有需要强制换道 N 辆车完成换道时所行驶的纵向距离之和最短;式(13)表示换道可行点应属于单车换道可行点或跟车换道可行点。

通过这些优化模型,可同时确定所有换道车辆最优的换道点组合和换道方式组合。

2 求解流程

根据强制换道模型的特点,在单向双车道高速公路发生交通事故的情况下,以事故车道上事故区上游影响区内的车所有辆为研究对象,其求解步骤为:

1) 输入初始速度、车流量、直线行驶减速度及换道纵向减速度等参数,计算事故影响区域长度、最佳车速、需要强制换道的车辆数、减速至最佳车速的时间及换道的时间等参数。

2) 计算需要强制换道的每一辆车在任意时刻完成换道时的纵向位置。若满足与前、后车的最小安全距离,则将该时刻对应的换道点位置放入集合 R_i 中。

3) 若车辆完成换道,则更新车辆位置。在单车换道的基础上,根据式(11)判断车辆是否能进行跟车换道,得出车辆的跟车换道点的集合 R'_i 。

4) 利用整数规划的方法,求出目标函数的最优解。

5) 输出每一辆车的换道点位置及换道方式。

6) 更改初始参数设置,重复步骤 1)~5)。

3 算例分析

有一条双向 4 车道高速公路,因交通事故导致一个车道封闭的情况,如图 1 所示。设计了 2 个实验来验证该方法的有效性,分析初始交通量和车速对换道方式、换道点的影响。①实验 1,仅变化初始交通量 Q ,分析初始交通量对换道方式、换道车辆平均纵向距离的影响。②实验 2,仅变化初始速度 v_0 ,分析初始速度对换道方式、换道车辆平均纵向距离的影响。

3.1 参数说明

针对实验 1,2,共设计了 5 组实验参数。利用式(1),(3),(5)和(8)及交通流 3 个基本参数之间的关系

等,得到影响区长度 S 和需强制换道的车辆数 N 等的计算值。初始流量可反映车辆间距,初始速度可反映车辆间最小安全距离。因此,通过初始流量和初始速度 2 个参数来反映在不同条件下对车辆换道点、换道方式的影响。

在实验 1 中,第一组设置已知参数为:初始流量 1 600 辆/h,二级服务水平下的最大服务交通量 1 400 辆/h,初始速度 25.0 m/s,直线行驶减速度 2 m/s^2 ,换道纵向减速度 1.5 m/s^2 ,第二、三组的初始速度固定不变,初始流量分别为 1 700 和 1 800 辆/h。在实验 2 中,第四、五组的初始流量固定不变,初始速度分别为 22.2 和 27.8 m/s。

通过计算可得,最佳车速为 18.5 m/s 固定不变。在实验 1 中,由于只有初始车流量的变化,随着车流量的增加,事故影响区的长度会增加,分别为 8 300,13 000 和 18 200 m;需要强制换道的车辆也会增加,分别为 73,123 和 182 辆;直线行驶减速时间为 3.2 s,换道时间 4.3 s。在实验 2 中,由于只有初始速度的变化,随着初始速度的增加,事故影响区的长度会缩短,分别为 9 100,8 300 和 7 700 m;需要强制换道的车辆也会减少,分别为 91,73 和 62 辆;直线行驶减速时间则会增加,分别为 1.9,3.2 和 4.6 s;换道时间也会增加,分别为 2.5,4.3 和 6.2 s。

3.2 结果分析

利用 Matlab 语言编程,求解所构建的优化模型,输出车辆的换道起始点和换道方式。实验 1 结果表明:随着初始流量的增加,车辆跟车换道的概率分别为 36.9%,28.4%和 36.8%。流量适中时,车辆跟车换道的概率更低。实验 2 结果表明:随着初始速度的增加,车辆跟车换道概率也随之增加,分别为 7%,36.9%和 38.7%。因此,在流量较低或较高、以及车速较高时,车辆更应选择跟车换道来提高换道的效率,从而尽快远离事故影响区。

2 个实验 5 组数据对应的计算结果分别见表 1,2。从表 1,2 中可以看出:①利用该模型,能优化并确定换道车辆的换道点、换道方式,表明了该方法的有效性。②初始流量和初始速度的变化导致换道车辆的换道点发生了显著变化,导致跟车换道的车辆数、跟车换道的车辆组合也发生了较大的变化,初始流量和初始速度对换道点、换道方式均有显著影响。③实验 1 中,初始流量从 1 600 辆/h 增加到 1 700 辆/h 再增加到 1 800 辆/h 时,影响区内

表 1 实验 1 的计算结果

Table 1 Calculation result of Experiment 1							
组数	$Q/(\text{辆}\cdot\text{h}^{-1})$	Z/km	Z 相对于 Q 的弹性	\bar{z}/m	\bar{z} 相对于 Q 的弹性	$\zeta\%$	ζ 相对于 Q 的弹性
第一组	1 600	11.7	—	160.4	—	19.2	—
第二组	1 700	19.9	11.19	162.0	0.16	14.6	-3.83
第三组	1 800	28.6	7.43	157.3	-0.49	19.8	6.05

注： Q 为初始流量； Z 为影响区内所有换道车辆在事故发生时刻至完成换道时刻所行驶的纵向距离之和； \bar{z} 为换道车辆的平均纵向行驶距离； ζ 为跟车换道车辆比例。

表 2 实验 2 的计算结果

Table 2 Calculation result of Experiment 2							
组数	$v_0/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	Z/km	Z 相对于 v_0 的弹性	\bar{z}/m	\bar{z} 相对于 v_0 的弹性	$\zeta\%$	ζ 相对于 v_0 的弹性
第四组	22.2	14.3	—	157.3	—	3.3	—
第一组	25.0	11.7	-1.43	160.4	0.16	19.2	38.2
第五组	27.8	12.1	0.30	195.4	1.95	19.4	0.09

注： v_0 为初始速度； \bar{z} 为换道车辆的平均纵向行驶距离； ζ 为跟车换道车辆比例。

所有换道车辆在事故发生时刻至完成换道时刻所行驶的纵向距离之和 Z 增加了 144.2%， Z 对初始流量的弹性从 11.19 变化到 7.43。表明：换道车辆纵向行驶距离之和与初始流量正相关，而且随着初始流量的增加，换道车辆纵向行驶距离之和的变化率将越来越小。换道车辆的平均纵向行驶距离 \bar{z} 从增加 1.0% 到减少 2.9%， \bar{z} 相对于初始流量的弹性从 0.16 变化到 -0.49。表明：增加初始流量，换道车辆的平均纵向行驶距离是增是减不定，但换道车辆纵向行驶距离之和的变化率将越来越大。跟车换道车辆比例从减少 23.9% 到增加 35.6%，跟车换道车辆比例对初始流量的弹性从 -3.83 变化到 6.05。表明：增加初始流量，跟车换道车辆比例是增是减不定，但换道车辆纵向行驶距离之和的变化率将越来越大。④实验 2 中，初始速度从 22.2 m/s 增加到 25 m/s 再增加到 27.8 m/s 时，影响区内所有换道车辆在事故发生时刻至完成换道时刻所行驶的纵向距离之和 Z 从减少 18.1% 到增加 3.3%， Z 对初始速度的弹性从 -1.43 变化到 0.30。表明：增加初始速度，换道车辆纵向行驶距离之和是增是减不定，但换道车辆纵向行驶距离之和的变化率将越来越小。换道车辆的平均纵向行驶距离 \bar{z} 增加了 24.2%， \bar{z} 对初始速度的弹性从 0.16 变化到 1.95。表明：换道车辆的平均纵向行驶距离与初始速度正相关，而且随着初始速度的增加，换道车辆的平均纵向行驶距离的变化率将越来越大。跟车换道车辆比例从增加 481.9%

到增加 1.0%，跟车换道车辆比例对初始速度的弹性从 38.2 变化到 0.09。表明：增加初始速度，跟车换道车辆比例也会增加，但换道车辆纵向行驶距离之和的变化率越来越小。

4 结语

基于最小安全间距和换道距离等，构建了车联网环境下高速公路发生交通事故后优化车道的强制换道模型，获取了优化的换道点和换道方式，得到的结论为：

- 1) 利用模型优化确定了换道车辆的换道点和换道方式，并表明该方法的有效性。
- 2) 初始流量和初始速度对换道车辆的换道方式、换道点均存在显著影响。换道车辆纵向行驶距离之和与初始流量正相关，换道车辆的平均纵向行驶距离、跟车换道车辆比例均与初始速度正相关。增加初始流量，不能确定换道车辆的平均纵向行驶距离和跟车换道车辆比例的增减。同样，增加初始速度，也能不确定换道车辆纵向行驶距离之和的增加。

后续的研究将分析多因素共同作用对换道方式和换道点的影响。

参考文献(References):

[1] Kanaris A,Kosmatopoulos E B,Loannou P A.Strategies

- and spacing requirements for lane changing and merging in automated highway systems[J].IEEE Transactions on Vehicular Technology,2001,50(6):1568-1581.
- [2] Talebpour A,Mahmassani H S,Hamdar S H.Modeling lane-changing behavior in a connected environment: A game theory approach[J]. Transportation Research Procedia,2015(7):420-440.
- [3] Meng F,Su J,Liu C,et al.Dynamic decision making in lane change:Game theory with receding horizon[A]. Proceedings of Control,2016 UKACC 11th International Conference on Belfast[C]. Northern Ireland, United Kingdom:[s.n.],2016:1-6.
- [4] Nilsson J,Silvlin J,Brannstrom M,et al.If,when,and how to perform lane change maneuvers on highways[J].IEEE Intelligent Transportation Systems Magazine,2016,8(4): 68-78.
- [5] Hidas P.Modelling lane changing and merging in microscopic traffic simulation[J]. Transportation Research Part C,2002,10:351-371.
- [6] 李玉洁,陈玲娟,张光德.基于元胞自动机的施工区道路车辆换道点研究[J].武汉科技大学学报,2014,39(3): 231-235.(LI Yu-jie,CHEN Ling-juan,ZHANG Guang-de. Research of vehicle lane changing point on the construction area road based on cellular automata[J]. Journal of Wuhan University of Science and Technology, 2014,39(3):231-235.(in Chinese))
- [7] 李珣,曲仕茹,夏余.车路协同环境下多车道车辆的协同换道规则[J].中国公路学报,2014,27(8):97-104.(LI Xun, QU Shi-ru,XIA Yu.Cooperative lane-changing rules on multilane under condition of cooperative vehicle and infrastructure system[J].China Journal of Highway and Transport,2014,27(8):97-104.(in Chinese))
- [8] 李娟,曲大义,刘聪,等.基于元胞自动机的车辆换道行为研究[J].公路交通科技,2016,33(11):140-145.(LI Juan, QU Da-yi, LIU Cong, et al. Study on vehicle lane-changing behavior based on cellular automaton[J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development,2016,33(11):140-145.(in Chinese))
- [9] 曲大义,陈文娇,杨万三,等.车辆换道交互行为分析和建模[J].公路交通科技,2016,33(6):88-94.(QU Da-yi, CHEN Wen-jiao, YANG Wan-san, et al. Analysis and modeling of vehicle interactions during the lane-changing process[J].Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2016, 33(6): 88-94. (in Chinese))
- [10] 吴江玲,张生瑞,Amit Kumar Singh,等.高速公路强制换道持续时间半参数生存分析[J].浙江大学学报:工学版, 2017, 51(11): 2215-2221. (WU Jiang-ling, ZHANG Sheng-rui, SINGH Amit Kumar, et al. Semi-parametric survival analysis of mandatory lane-changing duration on freeways[J]. Journal of Zhejiang University: Engineering Science,2017,51(11):2215-2221.(in Chinese))
- [11] 吴江玲,张生瑞,秦思,等.高速公路施工区车辆强制换道耗时生存模型[J].哈尔滨工业大学学报,2017,49(9):47-50. (WU Jiang-ling, ZHANG Sheng-rui, QIN Si, et al. Survival model of vehicle mandatory lane-changing duration for work zones on freeways[J].Journal of Harbin Institute of Technology,2017,49(9):47-50.(in Chinese))
- [12] Nelson W.Continuous-curvature paths for autonomous vehicles[A]. Proceedings of 1989 International Conference on Robotics and Automation[C]. Scottsdale, Arizona,USA:[s.n.],1989:1260-1264.
- [13] Piazzzi A,Guarino L B C.Quintic G/sup 2/-splines for trajectory planning of autonomous vehicles[A]. Proceedings of the IEEE Intelligent Vehicles Symposium 2000[C].Dearborn,Michigan,USA:[s.n.], 2000:198-203.
- [14] 游峰,谷广.面向无人驾驶的车辆协同换道轨迹规划[J].科学技术与工程,2018,18(15):155-161.(YOU Feng,GU Guang.Collaborative lane changing trajectory planning of autonomous vehicle[J]. Science Technology and Engineering,2018,18(15):155-161.(in Chinese))
- [15] 陈凯贤,曾俊伟,钱勇生,等.高速公路交通事故影响区域交通流限速管控特征研究[J].公路工程,2018,43(2):91-95.(CHEN Kai-xian,ZENG Jun-wei,QIAN Yong-sheng, et al. Study on the characteristics of regional traffic flow rate control in expressway traffic accidents[J].Highway Engineering,2018,43(2):91-95.(in Chinese))
- [16] 吴昊,朱彤,王长帅.服从率影响下高速公路施工区限速安全研究[J].交通科学与工程,2018,34(1):85-92.(WU Hao,ZHU Tong,WANG Chang-shuai. Research on the safety of expressway work zone influenced by speed limit compliance rate[J].Journal of Transport Science and Engineering,2018,34(1):85-92.(in Chinese))