

文章编号: 1674-599X(2020)01-0104-07

基于截断高斯分布的异质自行车离散模型

尹德鹏¹, 成卫¹, 雷建明²

(1. 昆明理工大学 交通工程学院, 云南 昆明 650500; 2. 玉溪市公安局 交通警察支队, 云南 玉溪 653100)

摘要: 为了研究城市自行车的离散规律, 为城市自行车信号协调控制、自行车微观交通仿真和交通流预测提供理论支持, 考虑城市自行车流的异质性和行程时间的分布特征, 利用截断高斯分布拟合异质自行车行程时间, 以昆明市环城北路实测数据为基础, 对行程时间服从截断高斯分布的城市异质自行车离散特性展开了研究。分析了自行车离开上游交叉口之后在路段上的离散规律和到达下游某断面的流率分布特征。将服从截断高斯分布的自行车流离散模型和 Robertson 模型的预测结果与实测数据进行了对比。研究结果表明: 自行车行程时间服从截断高斯分布且呈双峰型, 该模型能够更好地描述异质交通流条件下的自行车离散规律。与 Robertson 模型相比, 该模型的平均预测均方误差减少了 22.53%。

关键词: 交通工程; 异质自行车交通流; 截断高斯分布; 车流离散模型; 分布拟合

中图分类号: U491.2 **文献标志码:** A

DOI:10.16544/j.cnki.cn43-1494/u.2020.01.018

Discrete model of hybrid bicycle based on truncated gaussian distribution

YIN De-peng¹, CHENG Wei¹, LEI Jian-ming²

(1. Faculty of Transportation Engineering, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650500, China;

2. Traffic Police Detachment of Yuxi Public Security Bureau, Yuxi 653100, China)

Abstract: To describe the law of platoon dispersion under the condition of heterogeneous bicycle traffic flow adequately, theoretical support is provided for urban bicycle signal coordination control, bicycle microscopic traffic simulation and traffic flow prediction. The characteristics of cycle's travel time distribution in heterogeneous bicycle traffic flow is considered. The truncated Gaussian distribution is used to fit vehicle's travel time distribution. Based on this, the investigated dispersion characteristics of urban heterogeneous cycle's travel time is subject to truncated gaussian distribution. Later, the relationship between the arrival flow rate of the downstream intersection and the depart flow rate of the upstream intersection is analyzed using the proposed model by field collected data, with comparison to those of Robertson model and the actual data. The results show that the proposed model can better describe the law of dispersion in heterogeneous bicycle traffic flow, and the mean squared error of prediction is reduced by about 22.53%, compared with Robertson model.

Key words: traffic engineering; heterogeneous bicycle traffic flow; truncated Gaussian distribution; discrete model of traffic flow; distribution fitting

城市自行车数量的飞速增长和不合理、不完善的管控措施导致自行车成为影响城市交通的重要因素之一。为此, 在中国的很多地区设置了自行车专用车道, 并对其进行了信号管控。对自行车流离

散特性进行分析是实现自行车信号控制、自行车微观交通仿真和自行车到达流量预测的基础。由于行驶过程中自行车的车型特征和能源供给的差异, 再加上骑行过程中骑行者的驾驶行为和期望速度不

收稿日期: 2019-09-25

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61364019)

作者简介: 尹德鹏(1995-), 男, 昆明理工大学硕士生。

同,使得自行车在路段上出现车流的“离散现象”^[1]。

近年来,自行车交通流特性已成为学者们的研究热点。王丹^[2]根据实测数据,对自行车的时空分布特性和速度特征进行了分析,并建立了自行车交通流模型,但该研究仅以电动自行车为主。周旦^[3]利用 Logistic 方法,分析了 2 种自行车的交通流特性,并建立了混合自行车交通流模型。该模型能够较好地描述混合自行车在不同状态下的变化特征,但并未考虑车道宽度对模型的影响。南天伟^[4]等人利用元胞自动机模型,分析了自行车中电动自行车与传统自行车的车辆构成比例对交通流三参数关系的影响,并建立了混合自行车流模型。李黎山^[5]等人考虑自行车的异质特性,从空间比和感知密度出发,结合元胞传输模型,建立了自行车交通波计算模型。在车流离散特性方面,于泉^[6]等人对车队离散模型统计时间进行了研究。他发现 6~10 s 为最佳统计时间。李瑞敏^[7]等人利用回归分析方法,考虑 4 个时段的车流分布,对城市交通流离散模型进行了优化。姚志洪^[8-9]等人以 Robertson 模型为基础,提出公交车与小汽车的异质交通流离散模型,但却忽略了不同交通流之间的相互干扰。巫威眺^[10-11]等人根据车辆行程车速和行程时间的有界性,建立速度服从截断正态分布的车队离散模型,提高了 Pacey 模型的实用性。杨文武^[12]等人根据车队离散模型,对下游交叉口到流率进行了预测,为交叉口信号协调控制提供了依据,使信号配时方案更加合理化。这些成果仅针对混合自行车与车队离散的研究,多数在同质交通流的基础上展开,并未考虑自行车流的异质性;此外,关于车队离散特性的研究集中于城市机动车离散特性和相关参数的校正,并未对自行车的离散特性进行深入研究。因此,本研究将以 Robertson 离散模型为基础,建立行程时间服从截断高斯分布的城市自行车异质车流离散模型,计算下游路段自行车到达流量分布与上游自行车流量离去模式的定量关系,以期为城市自行车专用车道信号协调控制和自行车微观交通仿真与交通流预测提供理论依据。

1 数据获取与分布假设拟合

1.1 行程时间分布的假设

在自行车异质交通流中,由于传统自行车与电动自行车的车辆特性和行驶速度存在着差异,使得

这 2 种自行车的行程时间也存在着很大的差异。根据交通流的可叠加性^[13-14],可将传统自行车和电动自行车看成两股不同的车流,分别建立离散模型,然后将二者叠加,可获得异质自行车交通流离散模型。在实际行驶过程中,自行车行程时间在最大行程时间与最小行程时间之间的有界区间内。在模型建立之前,首先假设传统自行车和电动自行车的行程时间均服从截断高斯分布。

假设:传统自行车行程时间 t_b 服从区间为 $[t_{\min}^b, t_{\max}^b]$ 的高斯分布,参数为 (μ_b, σ_b^2) , 将之记为 $t_b: (\mu_b, \sigma_b^2), t_{\min}^b \leq t_b \leq t_{\max}^b$; 电动自行车行程时间 t_e 服从区间为 $[t_{\min}^e, t_{\max}^e]$ 的高斯分布,参数为 (μ_e, σ_e^2) , 将之记为 $t_e: (\mu_e, \sigma_e^2), t_{\min}^e \leq t_e \leq t_{\max}^e$ 。

根据高斯分布的可叠加性,异质自行车行程时间 t 也服从截断高斯分布,即 $t: (\mu, \sigma^2), t_{\min} \leq t \leq t_{\max}$ 。

$$\begin{aligned} t &= \lambda_1 t_b + \lambda_2 t_e; \\ \mu &= \lambda_1 \mu_b + \lambda_2 \mu_e; \\ \sigma^2 &= \lambda_1 \sigma_b^2 + \lambda_2 \sigma_e^2. \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} t_{\min} &= \min\{t_{\min}^b, t_{\min}^e\}, \\ t_{\max} &= \max\{t_{\max}^b, t_{\max}^e\}. \end{aligned} \quad (2)$$

式中: λ_i 为第 i 股车流的车辆比例系数; σ, σ_b 和 σ_e 分别为混合自行车行程时间、传统自行车行程时间和电动自行车行程时间标准差; μ, μ_b 和 μ_e 分别为混合自行车行程时间、传统自行车行程时间和电动自行车行程时间均值; t_{\min}, t_{\min}^b 和 t_{\min}^e 分别为混合自行车行程时间、传统自行车行程时间和电动自行车行程时间的最小值; t_{\max}, t_{\max}^b 和 t_{\max}^e 分别为混合自行车行程时间、传统自行车行程时间和电动自行车行程时间的最大值。

假设自行车行程时间 t 服从截断高斯分布,其分布函数为 $F(t)$, 概率密度函数为:

$$\begin{aligned} f(t) &= F(t)'. \\ f(t) &= \begin{cases} a \sum_{i=1}^n \lambda_i \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i} e^{-\frac{(t-\mu_i)^2}{2\sigma_i^2}}, & t_{\min} \leq t \leq t_{\max}; \\ 0, & \text{其他}. \end{cases} \end{aligned} \quad (3)$$

式中: a 为截断分布系数,保证概率密度为 1; n 为自行车异质车流中的交通流股数(本研究将自行车看作传统自行车与电动自行车组成的交通流,取 $n=2$)。

其分布函数为:

$$F(t) = \begin{cases} 0, & t < t_{\min}; \\ a[F(t) - F(t_{\min})], & t_{\min} \leq t \leq t_{\max}; \\ 1, & t > t_{\max}. \end{cases} \quad (5)$$

根据分布函数的基本性质, 有 $F(t_{\max})=1$, 则 $a[F(t_{\max}) - F(t_{\min})]=1$, 从而得到分布系数为:

$$\frac{1}{a} = [F(t_{\max}) - F(t_{\min})]. \quad (6)$$

$t: (\mu, \sigma^2)$, $t_{\min} \leq t \leq t_{\max}$, 将式中正态变量进行转换, 将式(6)转化为标准正态分布:

$$\frac{1}{a} = \sum_{i=1}^n \lambda_i \left[\Phi\left(\frac{t_{\max} - \mu_i}{\sigma_i}\right) - \Phi\left(\frac{t_{\min} - \mu_i}{\sigma_i}\right) \right]. \quad (7)$$

式(7)中的相关参数可根据实际调查数据计算得到。然后, 根据实测数据进行拟合, 观测行程时间是否服从截断高斯分布。

1.2 数据的获取

为了验证假设是否成立, 对昆明市主城区环城北路中北京路至万华路路段的自行车交通数据进行了实地调查。该路段长 622 m, 调查路段为自行车流量较大且具有物理隔离的自行车专用车道。该路段干扰系数小, 路面平整, 行车视距良好, 视频录制范围广。选择良好天气进行数据观测。调查路段上游为信号控制交叉口, 拍摄点位分布如图 1 所示。考虑自行车到达下游交叉口位置时会出现排队

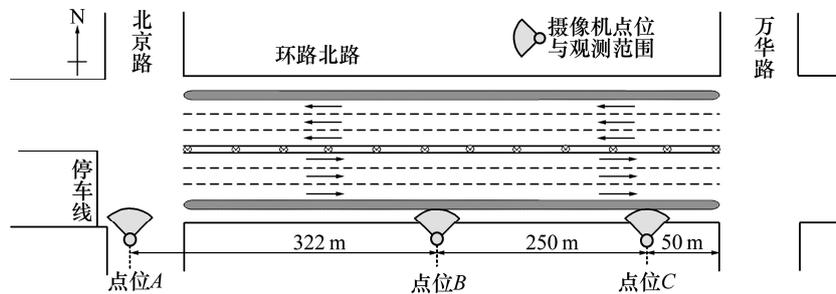


图 1 调查路段拍摄点位分布

Fig. 1 The distribution of road section shooting points

现象, 为数据统计方便, 将断面 C 位置放在距离下游断面 50 m 的位置。

根据调查数据特征, 将调查时间分为平峰和高峰 2 个时段(平峰 15:00—16:00, 高峰 17:30—18:30)。

分别调查了 12 个信号周期的自行车交通数据, 从各断面视频录像中获取自行车流量和行程时间数据(其中: 平峰时段, 自行车数据 1 795 条; 高峰时段, 自行车数据 2 462 条)。数据统计结果见表 1。

表 1 调查统计数据

Table 1 The data of survey statistics

| 自行车类型 | 平峰 | | | | 高峰 | | | |
|-------|-------|-------|---------------------|---------------------|-------|--------|---------------------|---------------------|
| | q/辆 | λ/% | T _{min} /s | T _{max} /s | q/辆 | λ/% | T _{min} /s | T _{max} /s |
| 传统自行车 | 248 | 13.82 | 78.65 | 151.94 | 304 | 12.35 | 78.86 | 153.72 |
| 电动自行车 | 1 547 | 86.18 | 100.00 | 143.00 | 2 158 | 87.65 | 62.56 | 151.94 |
| 混合自行车 | 1 795 | 62.56 | 62.56 | 151.94 | 2 462 | 100.00 | 62.56 | 153.72 |

注: q 为自行车流量; λ 为该自动车的最高比例系数; T_{min} 为自行车行程时间的最小值; T_{max} 为自行车行程时间的最大值。

从表 1 中可以看出, 高峰时段的车流远大于低峰时段的。数据具有明显的高峰和平峰特征, 不同时段传统自行车所占比例也不相同, 最高比例达 13.82%。2 种自行车流在该路段的平均行程时间存在着较大的差异, 但两者的行程时间都在最大、最小行程时间的范围内, 具有明显的有界性。

1.3 假设的拟合

根据调查数据, 对行程时间分布的假设进行了验证。对平峰时段和高峰时段的行程时间拟合

参数进行了计算, 参数估计值见表 2。根据拟合参数估计, 对平峰和高峰时段的行程时间进行了截断高斯分布拟合, 拟合效果如图 2 所示。

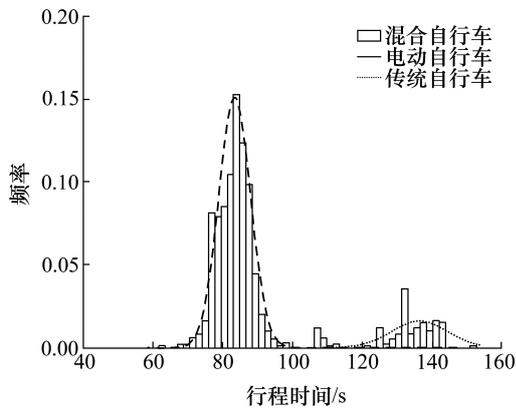
从图 2 中可以看出, 传统自行车与电动自行车行程时间特征的差异较大。电动自行车行程时间小且标准差也较小; 而传统自行车行程时间较大, 且标准差也较大。表明: 传统自行车的速度比电动自行车的速度慢, 2 个时段的行程时间分布均呈双峰型。从表 2 中还可以看出, 截断高斯

表 2 分布曲线拟合参数估计值

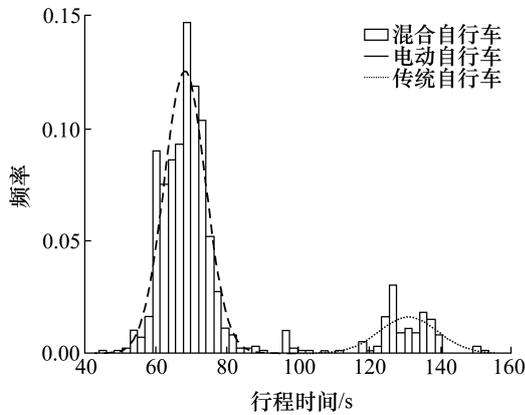
Table 2 Estimated values of fitting parameters from the distribution curve

| 自行车类型 | 平峰 | | | 高峰 | | |
|-------|---------|------------|---------|---------|------------|---------|
| | μ/s | σ/s | R^2 | μ/s | σ/s | R^2 |
| 传统自行车 | 130.93 | 14.72 | 0.934 0 | 133.46 | 11.42 | 0.932 9 |
| 电动自行车 | 84.54 | 8.77 | 0.568 7 | 84.74 | 9.26 | 0.575 5 |
| 混合自行车 | 90.95 | 18.77 | 0.895 4 | 90.50 | 18.40 | 0.892 9 |

注: μ 为自行车行程时间的均值; σ 为自行车行程时间的标准差; R^2 为自行车行程时间的决定系数。



(a) 平峰时段



(b) 高峰时间

图 2 行程时间分布的拟合效果

Fig. 2 The fitting effect of travel time distribution

分布拟合效果良好, 混合自行车 2 个时段的决定系数 R^2 在 0.89 以上, 拟合效果较好。表明: 本研究假设自行车行程时间服从截断高斯分布是合理的。

2 自行车离散模型的建立

假设调查时段内从上游断面(即 $x=0$)驶出的自行车流量是 $q_A(t_0)$, 那么统计时间间隔 Δt 内从上游

停止线驶出的自行车数量是 $q_A(t_0) \cdot \Delta t$ 。如果该部分自行车从上游交叉口到达下游某断面的行程时间为 T , 那么这些自行车将在 $[t_0+T, t_0+T+\Delta t]$ 时间内到达下游断面。时间 t 到达下游断面的自行车流率为:

$$q_C(t) = \int_{T_1}^{T_2} q_A(t_0) \cdot f(T) dT \quad (8)$$

式中: $q_C(t)$ 为下游交叉口时间 t 的流率; T_1 和 T_2 分别为到达下游交叉口车辆的可能最小和最大行程时间。

绿灯启用后, 调查数据统计时间以 3 s 为单位, 得到上游断面自行车流量的离去模式, 如图 3 所示。

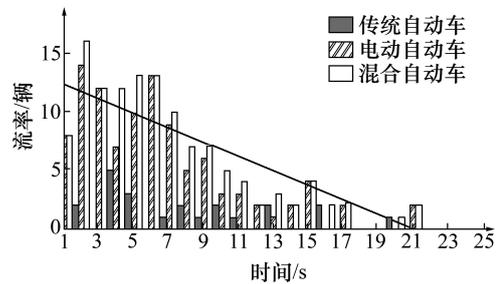


图 3 上游交叉口流量的离去模式(斜线型)

Fig. 3 Departure mode of the upstream intersection flow (slash type)

自行车离去规律为斜线型, 则上游自行车离去流率为:

$$q_A(t_g) = \begin{cases} Q - bt_g, & 0 < t_g < t_G; \\ 0, & t_g > t_G. \end{cases} \quad (9)$$

$$b = \frac{q}{t_G} \quad (10)$$

式中: Q 为绿灯时间从上游离去的自行车流率; b 为单位时间间隔自行车流率的折减系数; t_g 为绿灯启用后自行车放行时间; t_G 为有效绿灯时间。

自行车流量离去为斜线型, 其决定系数 R^2 为 0.804 3, 折减系数 b 为 0.614 7。

2.1 到达流率模型的推导

1) 当 $t_{\max} \leq t_{\min} + t_g$ 时,

$$q_C(t) = \begin{cases} 0, & t < t_{\min} \text{ 或 } t \geq t_{\max}; \\ \int_{t_{\min}}^t q_A(t_0) f(t) dt, & t_{\min} \leq t < t_{\max}; \\ \int_{t_{\min}}^{t_{\max}} q_A(t_0) f(t) dt, & t_{\max} \leq t < t_{\min} + t_g; \\ \int_{t-t_g}^{t_{\max}} q_A(t_0) f(t) dt, & t_{\min} + t_g \leq t \leq t_{\max} + t_g. \end{cases} \quad (11)$$

2) 当 $t_{\max} > t_{\min} + t_g$ 时,

$$q_C(t) = \begin{cases} 0, & t < t_{\min} \text{ 或 } t \geq t_{\max} + t; \\ \int_{t_{\min}}^t q_A(t_0) f(t) dt, & t_{\min} \leq t < t_{\min} + t_g; \\ \int_{t-t_g}^t q_A(t_0) f(t) dt, & t_{\min} + t_g \leq t < t_{\max}; \\ \int_{t-t_g}^{t_{\max}} q_A(t_0) f(t) dt, & t_{\max} \leq t < t_{\max} + t_g. \end{cases} \quad (12)$$

2.2 截断高斯分布的到达流率模型的推导

截断高斯分布的概率密度函数为:

$$f(t) = \begin{cases} a \sum_{i=1}^n \lambda_i \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i} e^{-\frac{(t-\mu_i)^2}{2\sigma_i^2}}, & t_{\min} \leq t \leq t_{\max}; \\ 0, & \text{其他。} \end{cases} \quad (13)$$

令 $u_i = \frac{t-\mu_i}{\sigma_i}$, 简化后, 概率密度函数为:

$$f(u) = \begin{cases} a \sum_{i=1}^n \lambda_i \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u_i^2}{2}}, & u_{\min} \leq u \leq u_{\max}; \\ 0, & \text{其他。} \end{cases} \quad (14)$$

$$\int_{t_1}^{t_2} f(t) dt = \int_{\frac{t_1-\mu}{\sigma}}^{\frac{t_2-\mu}{\sigma}} \frac{a}{\sqrt{2\pi}} e^{-0.5u^2} du = \frac{\Phi(u(t_2)) - \Phi(u(t_1))}{\Phi(u(t_{\max})) - \Phi(u(t_{\min}))}. \quad (15)$$

式中: $u(t) = (t - \mu) / \sigma$;

$$a = \left(\sum_{i=1}^n \lambda_i \left(\Phi\left(\frac{t_{\max} - \mu_i}{\sigma_i}\right) - \Phi\left(\frac{t_{\min} - \mu_i}{\sigma_i}\right) \right) \right)^{-1};$$

$\Phi(\)$ 为标准正态分布。

将其代入式(11), (12)中, 得到下游断面时间 t 的到达流率分布模式为:

1) 当 $t_{\max} \leq t_{\min} + t_g$ 时,

$$q_C(t) = \begin{cases} 0, & t < t_{\min} \text{ 或 } t \geq t_{\max}; \\ Q \frac{\Phi(u(t)) - \Phi(u(t_{\min}))}{\Phi(u(t_{\max})) - \Phi(u(t_{\min}))} - b \int_{t_{\min}}^t tf(t) dt, & t_{\min} \leq t < t_{\max}; \\ Q - b \int_{t_{\min}}^{t_{\max}} tf(t) dt, & t_{\max} \leq t < t_{\min} + t_g; \\ Q \frac{\Phi(u(t_{\max})) - \Phi(u(t-t_g))}{\Phi(u(t_{\max})) - \Phi(u(t_{\min}))} - b \int_{t-t_g}^{t_{\max}} tf(t) dt, & t_{\min} + t_g \leq t < t_{\max} + t_g. \end{cases} \quad (16)$$

2) 当 $t_{\max} > t_{\min} + t_g$ 时,

$$q_C(t) = \begin{cases} 0, & t < t_{\min} \text{ 或 } t \geq t_{\max} + t_g; \\ Q \frac{\Phi(u(t)) - \Phi(u(t_{\min}))}{\Phi(u(t_{\max})) - \Phi(u(t_{\min}))} - b \int_{t_{\min}}^t tf(t) dt, & t_{\min} \leq t < t_{\min} + t_g; \\ Q \frac{\Phi(u(t-t_g)) - \Phi(u(t))}{\Phi(u(t_{\max})) - \Phi(u(t_{\min}))} - b \int_{t-t_g}^t tf(t) dt, & t_{\min} + t_g \leq t < t_{\max}; \\ Q \frac{\Phi(u(t_{\max})) - \Phi(u(t-t_g))}{\Phi(u(t_{\max})) - \Phi(u(t_{\min}))} - b \int_{t-t_g}^{t_{\max}} tf(t) dt, & t_{\max} \leq t < t_{\max} + t_g. \end{cases} \quad (17)$$

$$\int_{t_1}^{t_2} tf(t) dt = \int_{t_1}^{t_2} at \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}} dt = \frac{a\sigma}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t_1-\mu)^2}{2\sigma^2}} - \frac{a\sigma}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t_2-\mu)^2}{2\sigma^2}} + a\mu [\Phi(u(t_2)) - \Phi(u(t_1))]. \quad (18)$$

研究对象传统自行车和电动自行车到达下游的流率分别为 $q_C^b(t)$ 和 $q_C^e(t)$ 。根据截断高斯分布的可叠加性, 得到到达下游的混合自行车流率为:

$$q_C(t) = q_C^b(t) + q_C^e(t). \quad (19)$$

3 实例分析

3.1 上游流量离去分布模式的分析

调查路段上游为信号控制交叉口。根据各断面拍摄的视频数据, 横坐标是以 3 s 为单位的统计时间数, 纵坐标是 3 s 统计时间内通过该断面的自行车数量, 给出的单个信号周期内各断面自行车离散分布如图 4 所示。

从图 4 中可以看出, 自行车在路段行驶的过程中发生明显的离散现象。当自行车到达下游断面时, 离散分布逐渐趋于平稳。

3.2 下游断面到达流率的预测

根据建立的自行车行程时间分布函数和上游交叉口离去的自行车流率分布模式, 利用数据分析软件, 计算下游自行车到达流率分布。将最终计算结果与实际测量数据进行了对比。平峰时段和高峰时段下游断面 C 处的自行车到达流率分布如图 5 所示。本试验模型与 Robertson 模型均方误差见表 3。

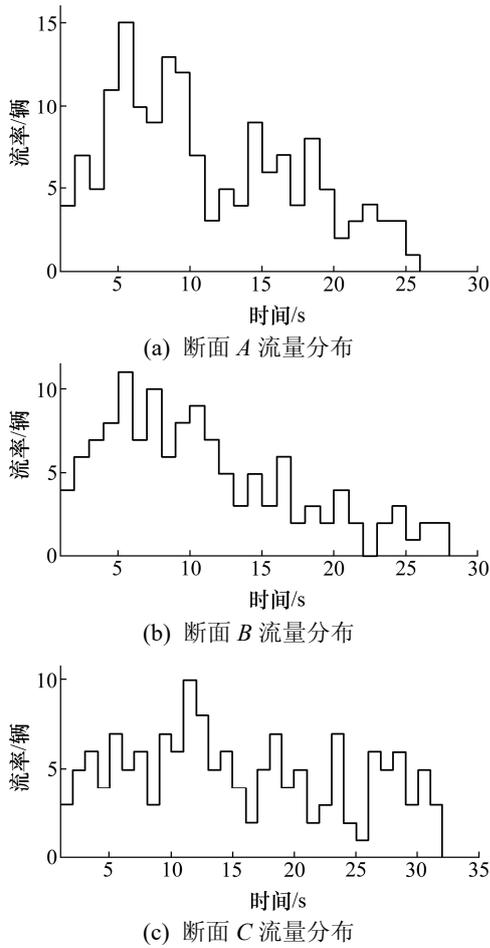


图 4 调查路段各断面流量分布

Fig. 4 Diagram of flow distribution of each section in the investigated road

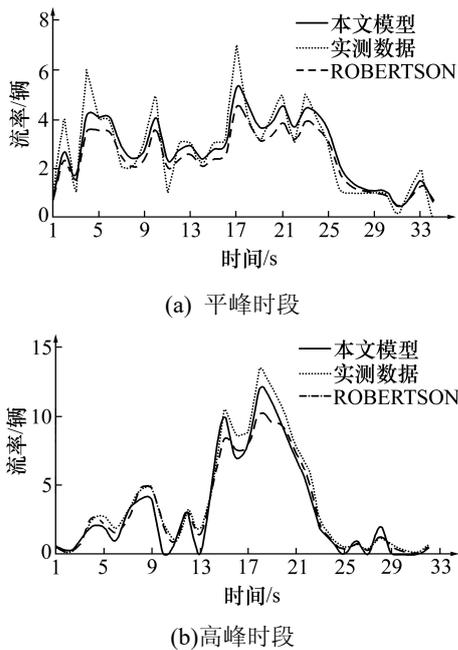


图 5 下游到达流率预测分布

Fig. 5 Prediction distribution of the downstream arrival flow rate

表 3 模型误差分析

Table 3 The mean square error of the model

| 时段 | 均方误差 | | 相对误差 | |
|----|---------|--------------|---------|--------------|
| | 本模型 | Robertson 模型 | 本模型 | Robertson 模型 |
| 平峰 | 0.491 1 | 0.754 2 | 0.562 5 | 0.667 1 |
| 高峰 | 0.709 9 | 0.897 4 | 0.468 8 | 0.667 9 |

从图 5 和表 3 中可以看出, 本模型与实测数据相对误差最大为平峰 1.813 5 辆自行车、高峰 2.011 8 辆自行车, 平均相对误差均小于 1 辆自行车, 预测结果误差在可接受范围内。且本模型与 Robertson 模型相比, 其均方误差降低了 22.53%。表明: 基于截断高斯分布的离散模型能够更好地描述异质交通流条件下的自行车离散规律; Robertson 模型假设行程时间服从几何分布, 并未考虑异质交通流条件下自行车中传统自行车与电动自行车行程时间的差异性, 因此, 其预测误差比本模型的预测误差大。

4 结论

在 Robertson 模型的基础上, 考虑城市自行车行程时间的有界性, 利用截断高斯分布拟合自行车行程时间, 发现异质车流条件下自行车行程时间呈双峰型, 且截断高斯分布能够较好地拟合行程时间分布, 并基于此处构建了服从截断高斯分布的城市自行车异质交通流离散模型。最后, 将本模型和 Robertson 模型的计算结果与实际调查数据进行了对比分析, 发现本模型的平均均方误差比同质流条件下 Robertson 模型提高了 22.53%, 其平均相对误差均小于 1 辆自行车。

但由于数据采集是在低干扰条件下同一条路段上的自行车交通数据, 忽略了其他交通流的干扰和不同宽度的自行车道对离散特征的影响。后续研究可在本研究的基础上考虑其他交通流的干扰, 同时, 研究不同车道宽度条件下的车流离散模型。

参考文献(References):

[1] 王殿海,李凤,宋现敏.一种新的车队离散模型及其应用[J].吉林大学学报:工学版,2009,39(4):891-895.(WANG Dian-hai,LI Feng,SONG Xian-ming.A new platoon dispersion model and its application[J].Journal of Jilin University:Engineering and Technology Edition,2009, 39(4):891-895.(in Chinese))

- [2] 王丹.路段非机动车交通流特性研究[D].西安:长安大学,2014.(WANG Dan.Research on characteristics of non-motor vehicle traffic flow on road section[D].Xi'an:Chang'an University,2014.(in Chinese))
- [3] 周旦.城市基本路段混合非机动车交通流特性研究[D].杭州:浙江大学,2016.(ZHOU Dan.Study on characteristics of mixed bicycle traffic flow in basic sections of urban road[D].Hangzhou:Zhejiang University,2016.(in Chinese))
- [4] 南天伟,毛保华,陈志杰,等.基于元胞自动机的城市混合非机动车流特性模拟研究[J].公路交通科技,2014,31(1):104-109.(NAN Tian-wei,MAO Bao-hua,CHEN Zhi-jie,et al.Urban mixed non-motor vehicle flow character simulation based on cellular automata[J].Journal of Highway and Transportation Research and Development,2014,31(1):104-109.(in Chinese))
- [5] 李黎山,李冰,成卫.基于空间比和感知密度的混合自行车交通流模型[J].交通运输系统工程与信息,2019,19(1):108-114,154.(LI Li-shan,LI Bing,CHEN Wei.Mixed bicycle traffic flow model based on space split and perceived density[J].Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology,2019,19(1):108-114,154.(in Chinese))
- [6] 于泉,梁锐,郭增增.车队离散模型的最佳统计时间研究[J].武汉理工大学学报:交通科学与工程版,2017,41(4):585-588,594.(YU Quan,LIANG Rui,GUO Zeng-zeng.Research on the best statistical time of platoon dispersion model[J].Journal of Wuhan University of Technology: Transportation Science & Engineering,2017,41(4):585-588,594.(in Chinese))
- [7] 李瑞敏,唐瑾.城市道路交通流离散模型优化分析[J].公路工程,2015,40(4):19-23.(LI Rui-ming,TANG Jing.Analysis on urban traffic flow dispersion based on vehicle plate recognition data[J].Highway Engineering,2015,40(4):19-23.(in Chinese))
- [8] 姚志洪,蒋阳升.基于Robertson模型的异质交通流车队离散研究[J].交通运输系统工程与信息,2018,18(1):66-72.(YAO Zhi-hong,JIANG Yang-sheng.Heterogeneous traffic flow platoon dispersion based on Robertson Model [J].Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology,2018,18(1):66-72.(in Chinese))
- [9] Jiang Y,Yao Z,Luo X,et al.Heterogeneous platoon flow dispersion model based on truncated mixed simplified phase-type distribution of travel speed[J].Journal of Advanced Transportation,2016,50(8):2160-2173.
- [10] 巫威眺,沈旅欧,靳文舟.假设速度服从截断正态分布的公交车队密度离散模型[J].华南理工大学学报:自然科学版,2013(2):44-50.(WU Wei-tiao,SHEN Lu-ou,JIN Wen-zhou.Density dispersion model of bus platoon on the assumption of speed followed truncated normal distribution[J].Journal of South China University of Technology: Natural Science Edition,2013(2):44-50.(in Chinese))
- [11] 巫威眺,沈旅欧,靳文舟.基于速度截断对数正态分布的车队密度离散模型[J].华中科技大学学报:自然科学版,2013,41(3):122-127.(WU Wei-tiao,SHEN Lv-ou,JIN Wen-zhou.Platoon flow dispersion model based on truncated normal distribution of speed[J].Journal of Huazhong University Science and Technology: Natural Science Edition,2013,41(3):122-127.(in Chinese))
- [12] 杨文武,李文勇.基于车队离散特性分析的绿波协调控制研究[J].西部交通科技,2011(11):80-83.(YANG Wen-wu,LI Wen-yong.The study on green wave coordination control based on fleet discrete characteristics[J].Western China Communications and Technology,2011(11):80-83.(in Chinese))
- [13] Yu L.Calibration of platoon dispersion parameters on the basis of link travel time statistics[J].Transportation Research Record:Journal of the Transportation Research Board,2000,1727:89-94.
- [14] Bie Y M,Liu Z Y,Ma D F,et al.Calibration of platoon dispersion parameter considering the impact of the number of lanes[J].Journal of Transportation Engineering,2013,139:200-207.