

文章编号: 1674-599X(2022)02-0095-07

基于GESO的钢筋混凝土梁拓扑优化方法研究

郑中华¹, 杨宏卫²

(1. 张家界市市政工程有限责任公司, 湖南 张家界 427000;
2. 泸溪县交通建设质量安全监督管理站, 湖南 湘西土家族苗族自治州 416100)

摘 要: 为克服仅将钢筋混凝土作为单一材质进行拓扑优化的弊端, 提出了GESO算法对分离式钢筋混凝土模型进行拓扑优化, 并对拓扑解进行了简化, 分别验证了二维矩形梁与三维T梁的钢筋布置方案。研究表明: 与经典ESO算法相比, GESO算法效率更高, 删除率、对称性及美观性均更优; 基于GESO算法的二维矩形梁与三维T梁初始拓扑优化构型, 经简化后可得到钢筋布置形式, 优化后的矩形梁和T梁的位移、应力变化幅度较小; 但不同荷载、位移边界条件下, 拓扑优化后的钢筋布置形式存在显著差异, 实际配筋设计中应考虑结构受荷形式与边界情况, 获得配筋设计的最优方案。

关键词: 钢筋混凝土梁; GESO; 拓扑优化; 荷载作用; 边界条件; 配筋
中图分类号: U443.35 **文献标志码:** A

Topology optimization of reinforced concrete beams based on GESO

ZHENG Zhonghua¹, YANG Hongwei²

(1. Zhangjiajie Municipal Engineering Co., Ltd., Zhangjiajie 427000, China; 2. Luxi County Traffic Construction Quality and Safety Supervision and Management Station, Xiangxi Tujia and Miao Autonomous Prefecture 416100, China)

Abstract: In order to overcome the disadvantage of traditional topology optimization using single material to analyse the reinforced concrete, the GESO algorithm is proposed to optimize the topology of separated reinforced concrete model, and the topology solution is simplified. The reinforcement arrangement schemes of 2D rectangular beam and 3D T beam are verified respectively. The results show that the GESO algorithm has higher efficiency, better deletion rate, symmetry and aesthetics than those from the classical ESO algorithm. The initial topology optimization configuration of 2D rectangular beam and 3D T beam based on GESO algorithm can be simplified to obtain the reinforcement arrangement. The displacement and stress of the optimized rectangular beam and T beam are small. There are significant difference in the layout of reinforcement after topology optimization under different load and displacement boundary conditions. In the design work, the concrete loading form and boundary condition of the structure should be considered for reinforcement design to get the optimal scheme.

Keywords: reinforced concrete beams; GESO; topology optimization; load action; boundary conditions; reinforcement layout

大跨度桥梁中, 有许多钢筋混凝土受力构件, 如: 斜拉桥索塔锚固区、斜拉桥索塔横梁与塔柱交界区和异形刚构弯桥墩梁交界区等构件。其截面正应变呈非线性分布, 不满足平截面假定^[1], 被

定义为“D区”构件。针对此类结构的设计, 根据以往经验, 结合试验或有限元法 (finite element method, 简称为FEM) 进行, 若尺寸与钢筋布置不合理, 会造成钢筋浪费。考虑结构受力特性对D

收稿日期: 2021-06-28

作者简介: 郑中华(1982—), 男, 张家界市市政工程有限责任公司工程师。

区构件的优化,得到最优的结构尺寸与钢筋布置,属于当前结构设计领域的研究热点之一。

近年来,拓扑优化作为结构优化领域的重要手段,相关技术得到了快速发展与广泛应用。拓扑优化相较于尺寸优化与形状优化,能在指定设计区域内寻找出最优材料分布,避免尺寸优化与形状优化带来的人为差错。国内外许多学者对钢筋混凝土结构拓扑优化问题进行了研究。AU 等人^[2]基于凸模型给出了不确定荷载下桁架结构的拓扑优化方法。KWAK 等人^[3]利用渐进结构优化算法(evolutionary structural optimization, 简称为 ESO)获取了对应结构的拉压杆模型,可用于复杂混凝土受力构件的配筋。张鹤志等人^[4]基于 ANSYS 平台,探讨了位移边界条件对钢筋混凝土深梁拓扑优化构型的影响,对深梁不同支座约束、开洞、配筋力学特性的差异进行了对比分析。GARCIA-LOPEZ 等人^[5]利用 ESO 算法对连续体在荷载及材料不确定情况下的拓扑优化方法进行了研究,提出了一种基于多目标进化算法的鲁棒拓扑优化方法。LIU 等人^[6]将遗传算法(genetic algorithm, 简称为 GA)与 ESO 算法结合,提出了遗传演化拓扑优化算法(genetic evolutionary structural optimization, 简称为 GESO),建立了开洞深梁拉压杆模型,并通过试验对比了经验设计构件和遗传演化拓扑优化算法设计构件的力学性能。刘霞等人^[7]利用 GESO 算法,构建了符合 Michelle 准则的钢筋混凝土梁拉压杆模型,并验证了静载试验对拓扑优化后的结构承载力。但许多学者未考虑钢筋混凝土为组合材料,只将其作为单一材料进行拓扑优化,因而无法获取钢筋最优布置。虽部分学者以素混凝土拓扑优化构型建立拉压杆模型,并以此进行配筋设计,但忽略了材料非线性与应变的协调,无法得到最优配筋方案^[8]。郭旭等人^[9]的研究表明:不同荷载、位移边界条件下,得到的钢筋混凝土拓扑优化结果存在一定差异。因此,本研究拟利用钢筋混凝土分离模型,结合 GESO 算法,研究不同荷载、位移边界条件的钢筋混凝土梁拓扑优化,以期类似工程结构优化设计提供参考。

1 ESO、GA 基本原理及 GESO 算法的提出

1.1 经典 ESO 算法

重量约束的优化的计算式为^[10-11]:

$$\min f = C(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \mathbf{K} \mathbf{u} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{2} \mathbf{u}_i^T \mathbf{K}_i \mathbf{u}_i \right) \quad (1)$$

$$\text{s.t. } \mathbf{g} = \mathbf{W}' - \sum_{i=1}^n \mathbf{W}_i x_i = 0, x_i \in \{0, 1\} \quad (2)$$

式中: $C(\mathbf{x})$ 为平均应变能函数; \mathbf{K} 、 \mathbf{u} 分别为整体刚度矩阵与位移向量; \mathbf{K}_i 、 \mathbf{u}_i 分别为第 i 个单元的刚度矩阵与位移向量,当结构平均应变能最小时结构刚度最大; \mathbf{W}' 为结构能达到的最轻重量; x_i 为单元是否删除的设计变量; \mathbf{W}_i 为第 i 个单元的重量。

单元删除引起的平均应变能改变量 ΔC 、位移改变量 $\Delta \mathbf{u}_{(i)}$ 、重量改变量 ΔW 分别为^[10]:

$$\Delta C = -\frac{1}{2} \mathbf{u}_i^T \frac{\partial \mathbf{K}_i}{\partial x_i} \mathbf{u}_i (0 - 1) = \frac{z}{2} \mathbf{u}_i^T \mathbf{K}_i \mathbf{u}_i = z C_i \quad (3)$$

$$\Delta \mathbf{u}_{(i)} = \mathbf{Z}_{(i)}^T \mathbf{K}^{-1} \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial x_i} (0 - 1) \mathbf{u} = \mathbf{u}_{(i)}^T \mathbf{K}_i \mathbf{u}_i \quad (4)$$

$$\Delta W = -W_i \quad (5)$$

式中: z 为线性方程阶数,根据已有 ESO 数值计算结果可知,基于一阶导数的灵敏度分析已满足要求; $\mathbf{Z}_{(i)}$ 为作用于位移约束点的单位虚荷载, $\mathbf{u}_{(i)}$ 为 $\mathbf{Z}_{(i)}$ 作用下的位移,且满足 $\mathbf{K} \mathbf{u}_{(i)} = \mathbf{Z}_{(i)}$ 。

将重量约束优化转化为无约束最优化,则:

$$L(\mathbf{x}, \lambda) = f - \lambda g = C(\mathbf{x}) - \lambda \left(\mathbf{W}' - \sum_{i=1}^n \mathbf{W}_i x_i \right) \quad (6)$$

式中: λ 为拉格朗日乘子。

对于离散设计变量,式(6)可改写为:

$$\Delta L_i = \frac{\partial L}{\partial x_i} \Delta x_i = \frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i - \lambda \frac{\partial g}{\partial x_i} \Delta x_i, i = 1, 2, \dots, n \quad (7)$$

由式(3)、(5)可得:

$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i = \Delta C = z C_i \\ \frac{\partial g}{\partial x_i} \Delta x_i = -\Delta W = W_i \end{cases} \quad (8)$$

将式(8)带入式(7),因所有单元 z 值相等,约去 z ,可得:

$$\lambda = \frac{C_i}{W_i} = \frac{\mathbf{u}_i^T \mathbf{K}_i \mathbf{u}_i}{2 W_i} \quad (9)$$

定义 α_i 为第 i 个单元的灵敏度,其计算式为:

$$\alpha_i = 2\lambda = \frac{\mathbf{u}_i^T \mathbf{K}_i \mathbf{u}_i}{W_i} \quad (10)$$

通过 ESO 算法,逐步去除结构的无效材料,使剩余部分有效承担荷载,并尽可能减小结构各位置的应力水平差异,其流程如图 1 所示。

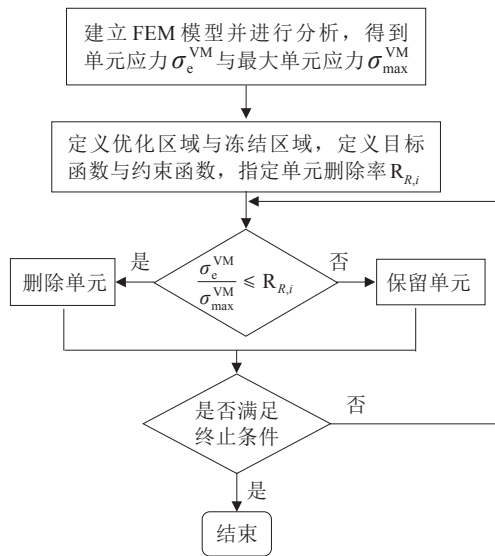


图1 ESO算法基本流程

Fig. 1 Basic flow of the ESO algorithm

1.2 经典GA算法

1975年HOLLAND^[12]提出GA算法, 将一群染色体(二进制串)作为操作对象(种群)每个染色体对应优化的一个解。在种群初始化后, 评价其适应度函数值。基于某一选择策略在种群中选择较优个体, 采用交叉、变异等手段产生下一代种群, 以此方式演化直至达到终止条件。相较于传统算法, GA算法具有较显著的智能性, 其适应度函数值较大的个体具有较高的生存概率, 搜索具有自适应的特点且适合大规模并行计算, 可以同时搜索解空间的多个区域, 并进行信息交流^[13]。

经典GA算法的流程为:

- 1) 编码。实际问题的可行解, 从解空间转换到GA算法搜索空间。常用编码方式为二进制编码、Grey编码、实数编码等。
- 2) 种群初始化。根据选择的编码方式, 随机生成指定数目的个体。
- 3) 计算适应度函数值。通过适应度函数衡量个体优劣。
- 4) 选择。在当前群体中按一定概率选择较优个体组成新种群, 常用选择方法有锦标赛法、轮盘赌法等。
- 5) 交叉。从种群中随机选择两个个体, 将其染色体进行交换组合, 产生新的优秀个体。
- 6) 变异。在种群中随机选择一个个体, 在其染色体的某一点进行变异, 产生更为优秀的个体。

7) 判断。判断是否满足终止条件, 若不满足, 则回到步骤3。

1.3 GESO算法

为优化智能性与并行性, 将GA算法与ESO算法结合, 以ESO算法的初始有限元网格作为初始种群, 采用二进制串对染色体基因进行编码, 以灵敏度 α_i 作为适应度函数, 引入选择、交叉、变异等操作, 当某单元染色体所有基因均为0时, 将该单元删除。其流程如图2所示:

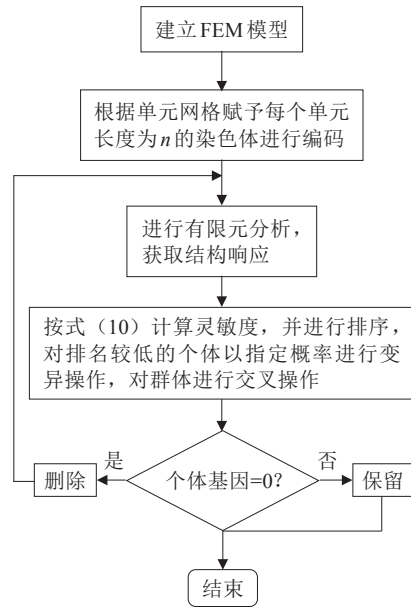


图2 GESO算法流程

Fig. 2 Basic flow of the GESO algorithm

1.4 算法验证

为验证GESO算法的准确性, 对文献[14]中开洞梁墙进行优化, 并将结果与文献[15]采用ESO算法优化得到的拓扑构型进行对比, 主要几何参数如图3所示。梁墙左、右两端为固结边界约束, 外荷载 $F = 40 \text{ kN}$, 对比结果如图4所示。

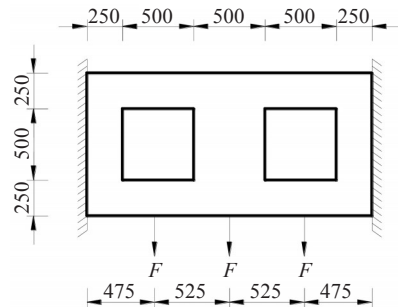


图3 开洞深梁几何参数(单位: mm)

Fig. 3 Geometric parameters of the deep beam with holes (unit: mm)

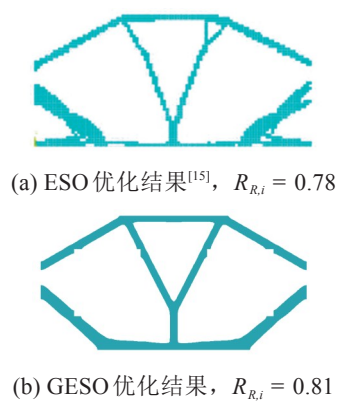


图4 ESO算法与GESO算法优化结果对比

Fig. 4 Comparison of optimization results from the ESO algorithm and GESO algorithm

从图4中可以看出,针对同一具有几何对称性的初始模型,GESO算法得到的拓扑优化结果对称性更佳,结构更为简洁美观,其删除率为0.81,大于经典ESO算法的0.78。通过该算例,验证了GESO算法的正确性,其可用于不同荷载、位移边界条件下钢筋混凝土梁的拓扑优化。

2 基于钢筋混凝土分离模型的拓扑优化

目前较多研究将钢筋混凝土视为单一均质材料进行拓扑优化,以优化后的结构建立拉压杆模型并计算配筋,该方法无法获得最优钢筋布置方案,且步骤繁琐,效率较低。拓扑优化结果与结构所受外荷载、边界条件息息相关。因此,本研究采用钢筋混凝土分离模型,利用GESO算法,优化不同荷载、边界条件下的钢筋混凝土梁拓扑。

2.1 钢筋混凝土分离模型

钢筋混凝土分离模型与单一材料梁结构拓扑优化的不同之处在于:按实际结构分别建立钢筋、混凝土,并仅以钢筋单元作为GESO初始群体进行拓扑优化。具体优化流程与图2一致。

2.2 二维矩形梁拓扑优化

2.2.1 初步拓扑优化构型的生成

以文献[1]的试件作为待优化初始结构,建立初始钢筋混凝土分离FEM模型,其长1 000 mm,高600 mm,厚160 mm,混凝土强度等级为C30,采用直径为8 mm的HPB300钢筋,其部分荷载、边界组合下二维平面模型如图5所示。矩形梁不同荷载与边界条件组合下的拓扑优化结果如图6所示,优化对比见表1。

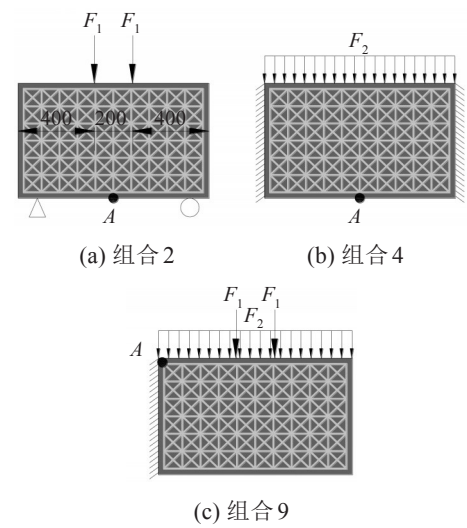


图5 初始矩形梁钢筋混凝土分离FEM模型及荷载边界组合

Fig. 5 Initial rectangular beam reinforced concrete separated FEM model and load boundary combination

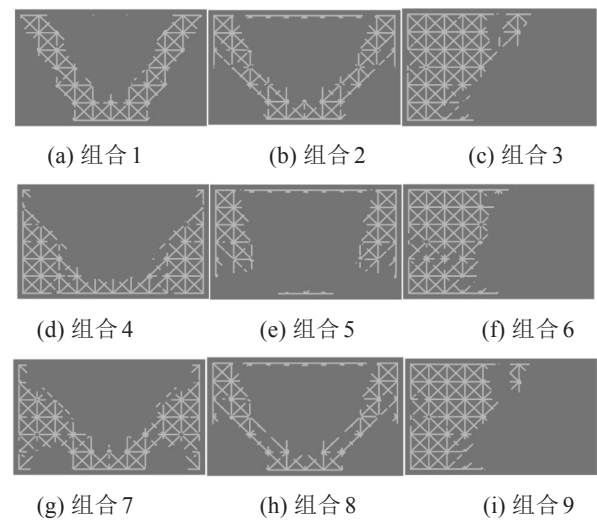


图6 矩形梁不同荷载、边界条件下拓扑优化结果

Fig. 6 Topology optimization results of rectangular beam under different loads and boundary conditions

表1 荷载、边界组合及优化前后结构响应

Table 1 Load, boundary combination and structural response before and after optimization

组合	荷载	边界	最大位移/mm		A点应力/MPa		删除率
			初始值	优化后	优化后	初始值	
1	$F_1=150\text{ kN}$	两端固结	0.20	0.18	2.16	2.55	0.71
2	$F_1=150\text{ kN}$	简支	0.26	0.21	3.83	5.26	0.70
3	$F_1=150\text{ kN}$	悬臂	0.48	0.34	20.62	18.08	0.71
4	$F_2=300\text{ kN/m}$	两端固结	0.03	0.02	0.65	0.73	0.69
5	$F_2=300\text{ kN/m}$	简支	0.05	0.04	1.30	1.67	0.69
6	$F_2=300\text{ kN/m}$	悬臂	0.27	0.20	10.62	9.55	0.70
7	$0.5F_1$ 和 $0.5F_2$	两端固结	0.11	0.09	1.40	1.61	0.70
8	$0.5F_1$ 和 $0.5F_2$	简支	0.15	0.13	2.58	3.47	0.69
9	$0.5F_1$ 和 $0.5F_2$	悬臂	0.38	0.27	15.52	13.81	0.71

由表1可知, 各类不同荷载、边界条件组合下的二维矩形梁, 经GESO算法拓扑优化后, 删除率均达到0.7左右。对于大部分情况, 优化后最大位移与A点应力均有不同程度的降低, 位移减少0.01~0.14 mm, 应力变化范围为-1.43~2.54 MPa。从图6中可以看出, 初始状态时, 矩形梁满布纵向、横向和45°斜向的钢筋。根据不同荷载、位移边界条件进行优化后的钢筋构型存在一定差异。表明: 结构在不同荷载、位移边界条件下的传力路径有差异。

2.2.2 拓扑解的简化

基于GESO算法, 钢筋混凝土分离二维矩形梁模型拓扑优化后的钢筋构型如图6所示, 但该初步拓扑优化构型较粗糙, 部分区域过于复杂, 钢筋存在不合理的断开。实际构件制造加工中, 难以按图6中钢筋形式进行布置。因此, 需对该拓扑解进行简化, 连接断开钢筋, 分解归并部分区域较为复杂的钢筋。

简化流程为:

1) 对位于同一直线上的断开钢筋进行连接, 连接钢筋直径与断开钢筋直径相等。

2) 根据文献[16], 按强度等效条件对需要分解的斜筋进行分解:

$$\begin{cases} f_{y_x} A_{s_x} \geq f_y A_s \sin \theta \\ f_{y_y} A_{s_y} \geq f_y A_s \cos \theta \end{cases} \quad (11)$$

式中: f_{y_x} 、 f_{y_y} 、 f_y 分别为分解后的横向钢筋设计强度、分解后的竖向钢筋设计强度、斜筋的设计强度; A_{s_x} 、 A_{s_y} 、 A_s 分别为横向钢筋、竖向钢筋、斜筋的截面积; θ 为斜筋倾角。

3) 按强度等效、间距等效原则, 对平行钢筋进行归并:

$$\begin{cases} n_1 f_{y_1} A_{s_1} \leq n_2 f_{y_2} A_{s_2} \\ n_1 s_1 = n_2 s_2 \end{cases} \quad (12)$$

式中: n_1 、 n_2 分别为归并前后钢筋数量; f_{y_1} 、 f_{y_2} 分别为归并前、后的钢筋强度设计值; A_{s_1} 、 A_{s_2} 分别为归并前、后单根钢筋截面积; s_1 、 s_2 分别为归并前、后的钢筋间距。

以组合7~9为例, 简化拓扑解, 结果如图7所示。

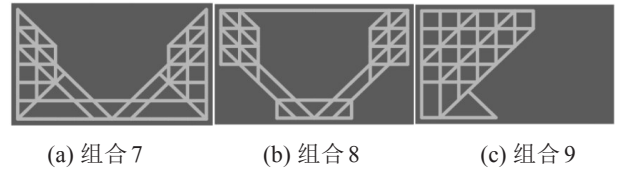


图7 矩形梁拓扑解简化结果

Fig. 7 Simplified results of topological solution of rectangular beam

从图7中可以看出, 依据简化拓扑解的结果, 钢筋排布更合理, 且总用钢量大幅下降, 其排布具有可行性。

2.3 三维T梁拓扑优化

本研究将二维矩形梁拓扑优化和拓扑解简化方法推广至三维T形梁, 钢筋混凝土分离模型的主要几何参数如图8所示。初步拓扑优化构型与组合7~9拓扑解简化后的构型如图9所示, 拓扑解简化后与初始结构响应对比见表2。

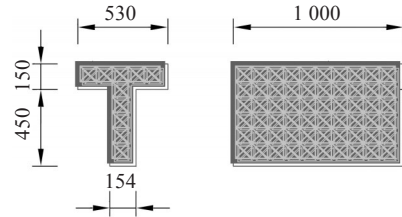


图8 初始T梁钢筋混凝土分离模型几何参数 (单位: mm)

Fig. 8 Geometric parameters of the initial T beam reinforced concrete separation model (unit:mm)

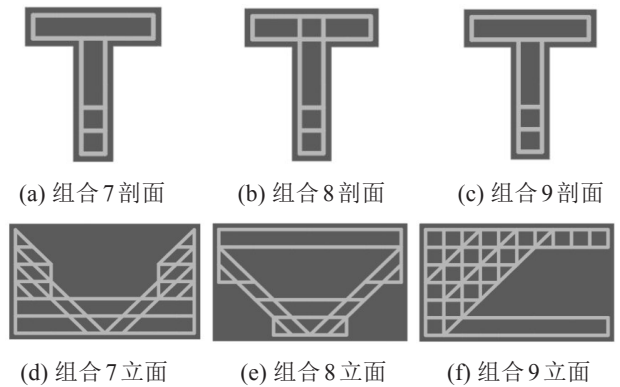


图9 T梁拓扑解简化结果

Fig. 9 Simplified results of topological solution of T beam

从图9中可以看出, 对于组合7~9, 优化拓扑再进行简化后, 钢筋数量显著减少, 去除原始状态下较多的冗余钢筋, 简化后的钢筋排布较为合理, 具有可行性。不同荷载、位移边界条件下, 优化后的构型存在差异, 导致各拓扑优化结果不同。由表2可知, 钢筋删除率为0.65~0.69, 位移

优化后较初始值降低 0.02~0.21 mm，优化后应力较初始值的变化范围在-0.22~1.97 MPa，表明：本研究算法在保证位移、应力变化可控的前提下对钢筋进行了有效拓扑优化。

表2 荷载、边界组合及优化前后结构响应

Table 2 Load, boundary combination and structural response before and after optimization

组 合	荷载	边界	最大位移/mm		A点应力/MPa		删除率
			初始值	优化后	优化后	初始值	
1	$F_1=150\text{ kN}$	两端固结	0.11	0.09	2.07	2.17	0.69
2	$F_1=150\text{ kN}$	简支	0.13	0.11	3.95	3.89	0.67
3	$F_1=150\text{ kN}$	悬臂	0.37	0.29	12.99	13.10	0.69
4	$F_2=300\text{ kN/m}$	两端固结	0.22	0.18	3.75	3.15	0.69
5	$F_2=300\text{ kN/m}$	简支	0.32	0.28	8.33	8.55	0.67
6	$F_2=300\text{ kN/m}$	悬臂	1.42	1.21	20.88	18.91	0.66
7	$0.5F_1$ 和 $0.5F_2$	两端固结	0.14	0.09	2.90	2.56	0.68
8	$0.5F_1$ 和 $0.5F_2$	简支	0.20	0.18	6.12	5.98	0.69
9	$0.5F_1$ 和 $0.5F_2$	悬臂	0.89	0.75	16.85	15.55	0.65

3 结论

利用GESO算法，实现了不同荷载、位移边界条件下分离式钢筋混凝土模型的拓扑优化，给出了平面二维矩形梁与三维T梁拓扑优化结果，得到结论为：

1) GESO算法能有效实现结构拓扑优化。由于遗传算法的引入，其与传统ESO算法对比，效率更高，删除率、构型对称性与美观性更优。

2) 分离式钢筋混凝土模型规避了传统钢筋混凝土梁优化方法无法单独直接获取钢筋布置形式的缺陷，同时引入连接、分解、归并等方法对初始拓扑解进行简化处理，得到可用于实际的拓扑解。二维矩形梁拓扑优化后，最大位移与A点应力均有不同程度的降低，位移减少约0.01~0.14 mm，应力变化范围约-1.43~2.54 MPa；三维T梁拓扑优化后，钢筋删除率为0.65~0.69，位移优化后的值较初始值降低0.02~0.21 mm，应力优化后的值较初始值的变化范围在-0.22~1.97 MPa。

3) 不同荷载、位移边界条件下拓扑优化后钢筋构型存在显著差异，对于不同荷载、位移边界条件下的梁配筋设计，应分别考虑其边界条件与荷载作用，得到最合理的配筋方案。

参考文献(References):

[1] 张鹤志,徐文韬,蒋滇,等. 钢筋混凝土简支深梁拓扑优化设计方法试验研究[J]. 土木与环境工程学报(中英文), 2021,43(4): 91-98. (ZHANG Huzhi, XU Wentao, JIANG Dian, et al. Experimental study on topology optimization design method for simply supported reinforced concrete deep beams[J]. Journal of Civil and Environmental Engineering, 2021,43(4):91-98.(in Chinese))

[2] AU F T K, CHENG Y S, THAM L G, et al. Robust design of structures using convex models[J]. Computers & Structures, 2003,81(28-29):2611-2619.

[3] KWAK H G, NOH S H. Determination of strut-and-Tie models using evolutionary structural optimization[J]. Engineering Structures, 2006,28(10):1440-1449.

[4] 张鹤志,马哲霖,黄海林,等. 不同位移边界条件下钢筋混凝土深梁拓扑优化[J]. 工程设计学报,2019,26(6):691-699. (ZHANG Huzhi, MA Zhelin, HUANG Hailin, et al. Topology optimization for reinforced concrete deep beam with different displacement boundaries[J]. Chinese Journal of Engineering Design, 2019, 26(6): 691-699. (in Chinese))

[5] GARCIA-LOPEZ N P, SANCHEZ-SILVA M, Medaglia A L, et al. An improved robust topology optimization approach using multiobjective evolutionary algorithms [J]. Computers & Structures, 2013,125:1-10.

[6] LIU X, YI W J, Li Q S, et al. Genetic evolutionary structural optimization[J]. Journal of Constructional Steel Research, 2008,64(3):305-311.

[7] 刘霞,易伟建. 优化方法建立钢筋混凝土梁压杆-拉杆模型 [J]. 工程力学, 2013, 30(9): 151-157. (LIU Xia, YI Weijian. Construction of strut-and-tie model for reinforced concrete beams by optimal method[J]. Engineering Mechanics, 2013, 30(9): 151-157. (in Chinese))

[8] 张鹤志,刘霞,易伟建,等. 钢筋混凝土D区配筋的拓扑优化设计研究[J]. 应用力学学报,2017,34(4):748-755,820. (ZHANG Huzhi, LIU Xia, YI Weijian, et al. Research on topological optimization design of reinforcement layouts of reinforced concrete D-regions[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2017, 34(4): 748-755, 820. (in Chinese))

[9] 郭旭,赵康. 拓扑相关荷载作用下结构拓扑优化的水平集方法 [J]. 工程力学, 2005, 22(5): 69-77. (GUO Xu,

- ZHAO Kang. Topology optimization with design-dependent loads by level set approach[J]. Engineering Mechanics, 2005,22(5):69-77.(in Chinese))
- [10] 易伟建,刘霞. 遗传演化结构优化算法[J]. 工程力学, 2004, 21(3): 66-71. (YI Weijian, LIU Xia. Genetic evolutionary structural optimization[J]. Engineering Mechanics, 2004,21(3):66-71.(in Chinese))
- [11] 周骞,韦凤连,刘菊. 基于遗传禁忌算法的公交线路发车间隔优化[J]. 交通科学与工程, 2015, 31(2): 81-86. (ZHOU Qian, WEI Fenglian, LIU Ju. A bus headway optimization model based on genetic taboo algorithm[J]. Journal of Transport Science and Engineering, 2015, 31(2):81-86.(in Chinese))
- [12] HOLLAND J H. Genetic algorithms[J]. Scientific American, 1992,267(1):66-72.
- [13] 肖美华,薛锦云. 遗传算法机理的研究及应用[J]. 计算机工程, 2003,29(20):137-139.(XIAO Meihua, XUE Jinyun. Research and application of genetic algorithm theory[J]. Computer Engineering, 2003, 29(20): 137-139. (in Chinese))
- [14] 张炳华,侯昶. 土建结构优化设计:第2版[M]. 上海:同济大学出版社, 1998. (ZHANG Binghua, HOU Chang. Optimization design of civil structure - 2nd edition [M]. Shanghai:Tongji University Press, 1998.(in Chinese))
- [15] 张鹤志,张棒,谢献忠,等. 渐进演化类拓扑优化算法的优化准则对比研究[J]. 土木与环境工程学报(中英文), 2020, 42(3): 73-79. (ZHANG Huzhi, ZHANG Bang, XIE Xianzhong, et al. Comparative study on optimization criteria of evolutionary topology optimization algorithms [J]. Chinese Journal of Civil and Environmental Engineering, 2020,42(3):73-79.(in Chinese))
- [16] 张鹤志,蒋滇,谢献忠. 基于拓扑优化的钢筋混凝土复杂受力构件配筋设计[J]. 长安大学学报(自然科学版), 2019, 39(3): 84-95. (ZHANG Huzhi, JIANG Dian, XIE Xianzhong. Reinforcement layout design of RC members under complex stress states based on topological optimization[J]. Journal of Chang'an University (Natural Science Edition), 2019,39(3):84-95.(in Chinese))

(上接第44页)

- [7] YANG X Y, GONG J X, WANG Y H, et al. Probability model and reliability analysis of cable stress for cable-stayed bridge[J]. The Baltic Journal of Road and Bridge Engineering, 2017,12(4):248-257.
- [8] 张建,杨德灿,舒鹏. 断索对大跨斜拉桥加劲梁内力的影响分析[J]. 交通科学与工程, 2019, 35(4): 47-51, 62. (ZHANG Jian, YANG Decan, SHU Peng. Analysis on the internal force of stiffening girder of long-span cable-stayed bridges to a cable loss[J]. Journal of Transport Science and Engineering, 2019, 35(4): 47-51, 62. (in Chinese))
- [9] 谢民滇,谢发祥,胡星宇,等. 腐蚀环境下斜拉索承载力评价模型研究[J]. 交通科学与工程, 2017, 33(3): 23-29. (XIE Mindian, XIE Faxiang, HU Xingyu, et al. Study on the bearing capacity evaluation model of stay cables in corrosion environment[J]. Journal of Transport Science and Engineering, 2017, 33(3): 23-29. (in Chinese))
- [10] 辛明奇. 某拱形独塔不等跨斜拉桥力学性能分析[D]. 大连: 大连理工大学, 2019. (XIN Mingqi. Mechanical characteristics analysis of unequal span cable-stayed bridge with arch single tower[D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2019. (in Chinese))
- [11] 杨怡莹,孙全胜. 独塔非对称斜拉桥 π 梁温度监控及受力分析[J]. 中外公路, 2019, 39(3): 151-155. (YANG Yiying, SUN Quansheng. Temperature monitoring and mechanical analysis of π -girders of unsymmetrical single-tower cable-stayed bridges[J]. Journal of China & Foreign Highway, 2019,39(3):151-155. (in Chinese))