

文章编号:1674-599X(2022)04-0072-06

## 拱肋限位缆风索参数分析

余钱华,张潭潭,张家琪

(长沙理工大学 土木工程学院,湖南 长沙 410004)

**摘要:**针对缆风索在施工过程中下料长度不精确和空间坐标定位难等问题,提出拱肋在缆风索和风荷载作用下的简化模型,利用力法求出缆风索沿拱肋横向的水平分力。依据抛物线理论和悬链线理论,推导出空间缆风索弧长与任意地锚位置间的关系。利用胡克定理,求解出弹性伸长量的两种理论值,再通过弧长和伸长量之间关系求解无应力索长。以缆风索弧长最小化为目标函数,建立地锚位置的优化模型,并将所得结果与有限元软件 ANSYS 结果进行对比。研究表明:采用悬链线理论计算的弧长和无应力索长与有限元计算值更接近。该方法精度更高,计算也更简便,能更精确定缆风索空间坐标。该研究可为实际工程在缆风索计算过程中提供参考,并指导施工。

**关键词:**缆风索;曲线弧长;无应力索长;地锚位置

中图分类号:U445.4

文献标志码:A

## Wind cable parameter analysis of arch rib limit cable

YU Qianhua, ZHANG Tantan, ZHANG Jiaqi

(School of Civil Engineering, Changsha University of Science & Technology, Changsha 410004, China)

**Abstract:** In order to solve the problems of imprecise cutting length and spatial coordinate positioning of wind cable during construction, a simplified model of arch rib was proposed under the action of wind cable and wind load, the horizontal force of the wind cable along the transverse direction of the arch rib bridge was analysed using the force method. Based on the parabola theory and the catenary theory, the relationship between wind cable arc length and arbitrary anchor position was deduced. Two theoretical values of elastic elongation were calculated using the Hook's theorem, the stress-free cable length was then calculated considering the relationship between arc length and elongation. Taking the minimum arc length of wind cable as the objective function, the optimization model of ground anchor position was established. The result was compared with that of the finite element software ANSYS. The results show that the arc length and stress-free cable length calculated by catenary theory are closer to those of finite element method, determining the spatial coordinates of the cable. The method is accurate and easy to calculate. This study can provide reference for engineer in the process of cable calculation, guiding the construction.

**Key words:** wind cable; curve arc length; stress-free cable length; anchor position

大跨拱桥通常采用斜拉扣挂悬臂施工,其为了抵抗横向风载与调整拱肋横向偏位,设置缆风索系统<sup>[1-3]</sup>。关于计算缆风索弧长和地锚位置,李保俊等人<sup>[4-5]</sup>基于悬链线索单元理论,研究了空间索面抗风缆,通过迭代计算得到较精确的各索段无应力索

长。SUN 等人<sup>[6]</sup>通过建立主缆各节段力的平衡方程,采用非线性有限元法和矩阵迭代法求解空间主缆线形。ZHANG 等人<sup>[7]</sup>考虑空缆标高误差和恒载误差,提出了悬索桥无应力索长和修正索夹安装位置的方法。在计算无应力索长和修正吊杆张力的

收稿日期:2021-04-08

作者简介:余钱华(1969—),男,长沙理工大学教授。

基础上,计算成桥状态下的主缆线形,确定主缆无应力索长。杨华等人<sup>[8]</sup>提出基于动力计算理论的动力松弛法,为悬索桥找形提供了新的思路。本研究参照悬索桥相关理论,分析缆风索空间线形和无应力索长,在抛物线理论和悬链线理论<sup>[9]</sup>的基础上,研究缆风索弧长和无应力索长与任意一点之间的关系。

## 1 力学模型提出与水平分力求解

### 1.1 基本原理

在施工过程中,拱肋受横向风荷载的影响产生偏位,设置缆风索系统参数,调整拱肋的横向偏位,减小拱肋轴线与设计轴线的偏移。拱肋在架设过程中采用分段方式架设,每段缆风索与拱肋相连,直至拱肋合龙。缆风索系统如图1所示。

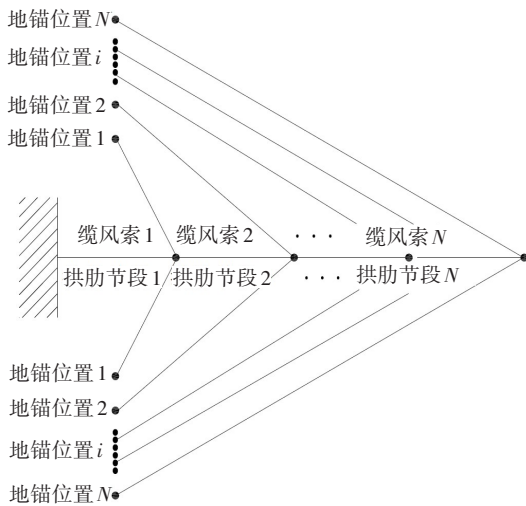


图1 缆风索系统结构简图

Fig. 1 Structure diagram of wind cable system

由文献<sup>[10-12]</sup>可知,缆风索与拱肋的夹角常设置成大于等于 $50^\circ$ ,与地面的夹角通常设置成小于等于 $30^\circ$ 。当风荷载作用在吊装拱肋时,可将其简化为拱肋上的均布荷载。风荷载取值通常来自规范或者气象部门。缆风索作为外部临时结构,其作用可以等效为横向支撑弹簧,保证拱肋轴线维持在设计轴线位置。拱脚通常设置在临时铰连接槽中,拱肋只能在竖向发生转动。单侧缆风索通常只抵抗同侧风荷载。当横向风荷载施加在拱肋上时,对侧缆风索不承受风荷载,仅同侧缆风索承受风荷载。拱肋的力学简化模型如图2所示。

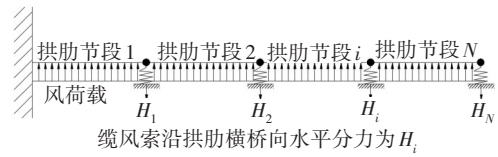


图2 缆风索系统力学简化模型

Fig. 2 Simplified mechanical model of wind cable system

从图2可以看出,吊装第1个节段时,在风荷载和缆风索沿拱肋横桥向的水平分力 $H_1$ 作用下,扣点在轴线位置处于平衡状态。此时,结构体系为一次超静定结构。同理,吊装第 $i$ 个节段时,结构体系为 $i$ 次超静定结构。已知风荷载和拱肋参数,可求解各个吊装施工阶段缆风索沿拱肋横桥向的水平分力 $H_i$ 。

### 1.2 基本假定

为便于理论分析与计算,对力学简化模型进行4个基本假定:

- 1) 拱肋仅考虑风荷载和缆风索沿拱肋横桥向的水平分力,不考虑拱肋自重;
- 2) 拱脚仅发生竖平面转动,对其进行平面分析时,拱脚边界简化为转动约束;
- 3) 缆风索的无应力索长保持不变;
- 4) 缆风索为柔性结构,不仅只能受拉,而且没有抗弯刚度。

### 1.3 水平分力求解

根据基本原理和基本假定,运用力法原理求解超静定问题。拱肋长度均为 $L$ ,风荷载集度为 $q$ ,缆风索沿拱肋横桥向的水平分力为 $H_i$ 。吊装第1个节段时,可得力法典型方程式(1)。 $\delta_{11}$ 为主系数或主位移,是单位多余未知力 $X=1$ 单独作用时所引起的沿其本身方向上的位移,其值恒为正,且不等于零。 $\Delta_{1P}$ 称为自由项,是荷载 $F$ 单独作用时所引起的沿 $x$ 方向的位移:

$$\delta_{11}H_1 + \Delta_{1P} = 0 \quad (1)$$

由式(1)可知, $H_1 = 3qL/8$ 。吊装第2个节段时,可得力法典型方程式组:

$$\begin{cases} \delta_{11}H_1 + \delta_{12}H_2 + \Delta_{1P} = 0 \\ \delta_{21}H_1 + \delta_{22}H_2 + \Delta_{2P} = 0 \end{cases} \quad (2)$$

由式(2)可知, $H_1 = 8qL/7, H_2 = 11qL/28$ 。同理,吊装第 $N$ 个节段时,可得力法典型方程式组:

$$\begin{bmatrix} \delta_{11} & \cdots & \delta_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ \delta_{n1} & \cdots & \delta_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_1 \\ \vdots \\ H_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta_{1P} \\ \vdots \\ \Delta_{nP} \end{bmatrix} = 0 \quad (3)$$

由式(3)可以求出 $H_1, H_2, \dots, H_n$ 。

## 2 空间缆风索线形与无应力索长

根据缆风索地锚位置和缆风索沿拱肋横桥向的水平分力 $H_x$ ,推导缆风索弧长 $S$ 与地锚位置坐标 $(x, y, z)$ 之间的关系。其中,已知扣点坐标为 $(x_1, y_1, z_1)$ ,地锚位置坐标为 $(x, y, z)$ ,拱肋轴线长度为 $L$ ,其空间位置关系如图3所示。

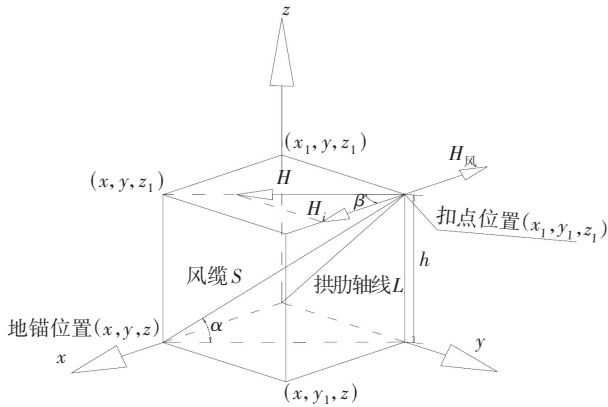


图3 扣点与锚点关系

Fig. 3 Diagram of relationship between buckle point and anchor point

假设缆风索仅承受自重荷载,为了简化计算,通过坐标变换的形式,把空间曲线转换到 $zoy$ 坐标面内,坐标由原来的 $(x, y, z)$ 经过变换后转化为 $(y, z)$ 。地锚位置坐标为 $(x, y, z)$ ,转换后扣点坐标为 $(\sqrt{(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2}, z_1 - z)$ 。令 $a = \sqrt{(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2}$ ,  $b = z_1 - z$ ,将扣点 $(a, b)$ 坐标变换到 $zoy$ 坐标面内。

### 2.1 抛物线理论

当空间缆风索垂度在1/10以内时,缆风索弧长 $S$ 和弦长 $AB$ 相差很小,缆风索沿弧长分布均布荷载,因此可用沿弦长分布的均布荷载代替。单根缆风索结构计算如图4所示。当风缆任意点的弯矩等于零,其表达式为:

$$\sum M_z = V_A y - H Y_h - \frac{1}{2} g y^2 = 0 \quad (4)$$

式中: $V_A = H \tan \beta + ga/2$ ,  $a$ 为 $A, B$ 两点水平距离; $V$ 为垂直分力; $H$ 为水平分力; $Y_h$ 为任意点距 $A$ 点高差; $y$ 为任意点距 $A$ 点水平距离; $g$ 为自重集度。

由式(4)得 $Y_h$ 。缆风索曲线方程 $Y = Y_h$ ,可转化为:

$$Y = y \tan \beta + \frac{g y (a - y)}{2H} \quad (5)$$

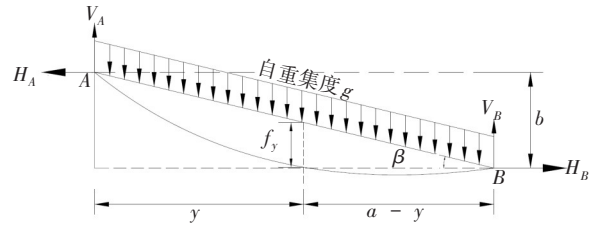


图4 单根缆风索结构计算图示

Fig. 4 Structural calculation diagram of single wind cable

通过对公式(5)曲线积分可得:

$$ds = \sqrt{dy^2 + dz^2} \Rightarrow S_1 = \int ds = \int_0^a \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{dz}{dy} \right)^2 \right] dy \quad (6)$$

故 $S_1 = a + b^2/2a + g^2 a^3/24H^2$ 。可知 $H_{风}$ 与 $H$ 的关系: $H = H_{风}/\cos \beta$ 。通过坐标变换,可得弧长 $S_1$ 表达式:

$$S_1 = \sqrt{(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 + \frac{(z_1 - z)^2}{2 \sqrt{(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2}} + \frac{g^2 (x_1 - x)^2 \sqrt{(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2}}{24H_{风}^2}} \quad (7)$$

采用胡克定律,在 $H$ 作用下,微元 $ds$ 伸长量为 $d(\Delta S_1) = (H/EA \cos a) ds$ ,  $E$ 为缆风索弹性模量,  $A$ 为缆风索截面面积。通过对微元伸长量进行积分,可得:

$$\Delta S_1 = \int_0^y \frac{H}{EA} [1 + (z')^2] dy = \frac{H}{EA} \left( y + 16m^2 y - 32m^2 \frac{y^2}{a} + \frac{64}{3} m^2 \frac{y^3}{a^2} \right) \quad (8)$$

其中,  $m = ga/8H$ 。

因此,抛物线缆风索无应力索长为:

$$S_{w_1} = S_1 - \Delta S_1 \quad (9)$$

### 2.2 悬链线理论

当缆风索垂度较大时,常采用悬链线理论进行分析。悬链线的基本方程为:

$$y = \frac{H}{g} \left[ \operatorname{ch} e - \operatorname{ch} \left( \frac{2fx}{l} - a \right) \right] \quad (10)$$

其中,  $e = \operatorname{sh}^{-1} \left( \frac{hf}{l \operatorname{sh} f} + f \right)$ ;  $f = \frac{gl}{2H}$ 。

同理,根据坐标变换对曲线 $y$ 进行积分,采用胡克定律求得弧长 $S_2$ 和无应力索长 $S_{w_2}$ 与空间任意一点 $(x, y, z)$ 的关系:

$$S_2 = \frac{H}{g} \left[ \operatorname{sh} \left( \frac{gk}{H} \right) - \operatorname{sh} \left( \frac{gk}{H} - \frac{g}{H} a \right) \right] \quad (11)$$

其中,  $k = \frac{\operatorname{sh}^{-1} \left( \frac{by}{ash\gamma} + \gamma \right)}{2\gamma} a$ ;  $\gamma = \frac{ga}{2H}$ 。

自重作用下,缆风索的弹性伸长量为:

$$\Delta S_2 = \frac{H^2}{4EA_g} \left[ \operatorname{sh} \left( \frac{2gk}{H} \right) - \operatorname{sh} \left( \frac{2gk}{H} - \frac{2g}{H} a \right) \right] + \frac{Ha}{2EA} \quad (12)$$

其中:  $H = H_{\text{风}} / \cos\beta$ 。

因此,悬链线缆风索无应力索长为:  $S_{w_2} = S_2 - \Delta S_2$ 。基于抛物线理论,缆风索弧长与空间任意一点  $(x, y, z)$  的关系见式(13),无应力索长与空间任意一点  $(x, y, z)$  的关系见式(14)。

基于悬链线理论,缆风索弧长与空间任意一点  $(x, y, z)$  的关系见式(15),无应力索长与空间任意一点  $(x, y, z)$  的关系见式(16)。

$$S_1 = a + \frac{b^2}{2a} + \frac{g^2(x_1 - x)^2 a}{24H_{\text{风}}^2} \quad (13)$$

$$S_{w_1} = a + \frac{b^2}{2a} + \frac{g^2(x_1 - x)^2 a}{24H_{\text{风}}^2} - \frac{H}{EA} (y + 16m^2y - 32m^2\frac{y^2}{a} + \frac{64}{3}m^2\frac{y^3}{a^2}) \quad (14)$$

$$S_2 = \frac{H}{g} \left[ \operatorname{sh} \left( \frac{gk}{H} \right) - \operatorname{sh} \left( \frac{gk}{H} - \frac{g}{H} a \right) \right] \quad (15)$$

$$S_{w_2} = \frac{H}{g} \left[ \operatorname{sh} \left( \frac{gk}{H} \right) - \operatorname{sh} \left( \frac{gk}{H} - \frac{g}{H} a \right) \right] - \frac{H^2}{4EA_g} \left[ \operatorname{sh} \left( \frac{2gk}{H} \right) - \operatorname{sh} \left( \frac{2gk}{H} - \frac{2g}{H} a \right) \right] + \frac{Ha}{2EA} \quad (16)$$

其中,  $a = \sqrt{(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2}$ ;  $b = z_1 - z$ 。

### 3 缆风索地锚位置选取

利用 Matlab 编制程序,求解约束优化问题。以缆风索弧长最小为优化目标,根据缆风索与拱肋夹角不小于  $50^\circ$ ,与水平面夹角不大于  $30^\circ$ ,确定非线性约束条件。根据现场高程测量结果,确定地锚位置  $z$  坐标的范围。根据河岸线,确定地锚位置  $y$  坐标的范围,并以此求解缆风索地锚位置。地锚位置确定后,结合式(6)、(8)、(10)和(11),确定缆风索弧长与无应力索长等参数。优化流程如图5所示。

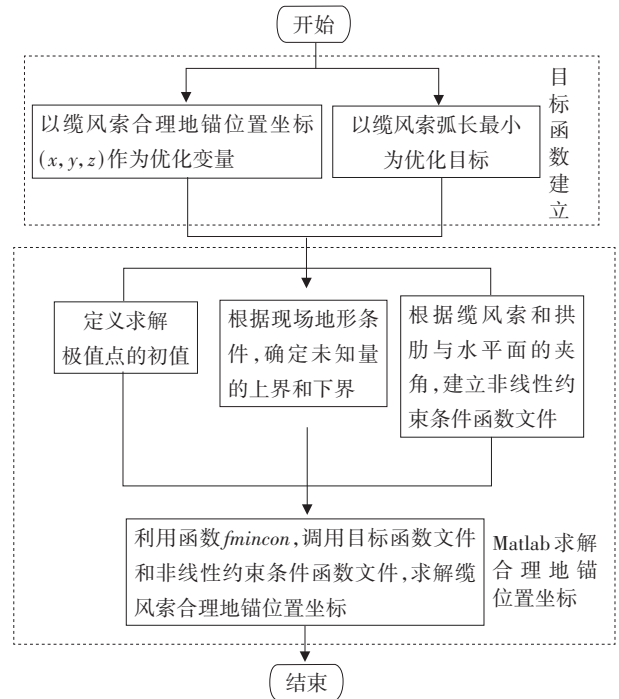


图5 优化流程

Fig. 5 Optimization flow

### 4 算例及分析

唐家河特大桥为上承式钢管混凝土拱桥,桥跨布置为:( $2 \times 20$  m)先简支后结构连续T梁+200 m上承式钢管混凝土拱桥+( $2 \times 20$  m)先简支后结构连续T梁。拱肋施工采用斜拉扣挂悬臂施工时,先吊装当前节段拱肋,后安装缆风索。拱肋吊装节段如图6所示。本桥模型最大悬臂段为3段,只需求解3次超静定结构。通过 Matlab 编制程序,求出相应缆风索地锚位置。缆风索扣点位置设置在扣索与拱肋连接处。

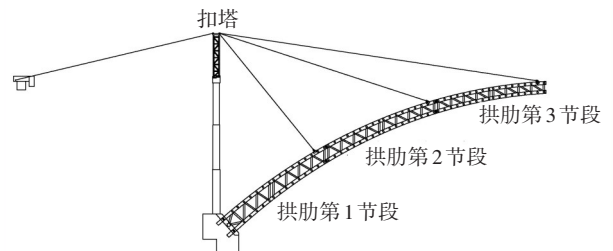


图6 拱肋吊装节段示意

Fig. 6 Schematic diagram of hoisting segment of arch rib

本桥模型采用 ANSYS R19.0 进行建模,拱肋采用 Beam188 梁单元进行模拟,缆风索型号采用单根  $6 \times 37S+IWR$ ,公称直径为 22 mm,抗拉强度为 1 670 MPa,最小破断力为 288 kN。缆风索采用



Link180索单元进行模拟,地锚位置进行固结处理,有限元模型如图7所示。

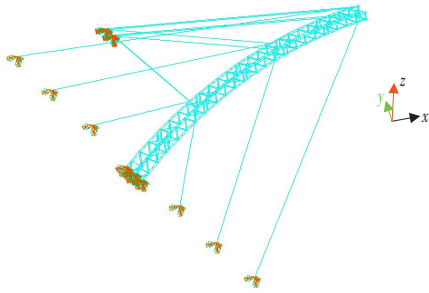


图7 有限元模型

Fig. 7 Finite element model

#### 4.1 缆风索沿拱肋横桥向的水平分力求解

根据唐家河特大桥施工方案,拱肋处于最大悬臂段状态时,需采用6根缆风索与拱肋相连,由于缆风索对称布置,故只需对3根缆风索进行计算。根据本文方法,计算 $H_1$ 、 $H_2$ 、 $H_3$ ,结果见表1。

表1 缆风索沿拱肋横桥向的水平分力

Table 1 The horizontal force of the wind cable along the transverse direction of the arch rib bridge kN

施工节段	$H_1$	$H_2$	$H_3$
吊装第1节段	-71.2	—	—
吊装第2节段	-100.2	-67.4	—
吊装第3节段	-118.0	-75.8	-72.6

根据秦顺全<sup>[13]</sup>提出以斜拉桥成桥状态为目标的无应力状态法,本研究以最大悬臂状态为目标,确定最大悬臂状态下缆风索无应力索长,正装施工时不考虑施工阶段的影响,即每个拱肋对应的缆风索只张拉一次,张拉时可通过最大悬臂状态下的无应力索长来控制。

#### 4.2 缆风索地锚位置确定

利用Matlab求解3根缆风索地锚位置,坐标原点为拱脚铰轴,具体坐标见表2。

表2 缆风索地锚位置

Table 2 Anchor position of cable wind cable m

缆风索编号	$x$	$y$	$z$
1#	39.528	1.433	2.557
2#	78.527	0.637	3.168
3#	115.261	1.338	2.969

#### 4.3 缆风索弧长及无应力索长计算

根据本文方法和有限元方法,分别求出最大悬臂状态下的缆风索弧长和无应力索长,其中下标

1~3分别代表基于抛物线理论的方法、基于悬链线理论的方法、有限元方法,计算结果见表3。

表3 最大悬臂状态缆风索和无应力索长计算值

Table 3 Calculated values of the wind cable and the unstressed cable length of cable at maximum cantilever state m

缆风索 编号	$S_1$	$S_{1_0}$	$S_2$	$S_{2_0}$	有限元方法	
	抛物线	抛物线	悬链线	悬链线	$S_3$	$S_{3_0}$
1#	50.098	50.074	49.963	49.936	49.983	49.940
2#	103.149	103.096	102.946	102.887	103.008	102.950
3#	150.605	150.528	150.435	150.353	150.496	150.413

本研究提出的两种方法与有限元软件计算结果差值对比见表4~5。

表4 抛物线缆风索与有限元对比

Table 4 Comparison between parabolic cable and finite element method

缆风索 编号	抛物线		有限元		差值百分比/%	
	$S_1/m$	$S_{w_1}/m$	$S_3/m$	$S_{w_3}/m$	$\left  \frac{S_1 - S_3}{S_1} \right $	$\left  \frac{S_{w_1} - S_{w_3}}{S_{w_1}} \right $
1#	50.098	50.074	49.983	49.940	0.230	0.268
2#	103.149	103.096	103.008	102.950	0.136	0.142
3#	150.605	150.527	150.496	150.413	0.072	0.076

表5 悬链线缆风索与有限元对比

Table 5 Comparison of catenary wind cable with finite element method

缆风索 编号	悬链线		有限元		差值百分比/%	
	$S_2/m$	$S_{w_2}/m$	$S_3/m$	$S_{w_3}/m$	$\left  \frac{S_2 - S_3}{S_2} \right $	$\left  \frac{S_{w_2} - S_{w_3}}{S_{w_2}} \right $
1#	49.963	49.935	49.983	49.940	0.040	0.010
2#	102.946	102.887	103.008	102.950	0.060	0.061
3#	150.435	150.353	150.496	150.413	0.040	0.040

由表4~5可知,缆风索空间弧长与无应力索长采用悬链线计算的结果更加接近有限元软件计算值,因此建议缆风索采用悬链线理论进行计算。

## 5 结论

本研究针对缆风索空间线形,推导出两种空间曲线与任意地锚位置的关系,利用Matlab优化工具箱求解地锚位置,结合有限软件计算两种曲线下的弧长和无应力索长,得出结论为:

1) 根据本研究提出的方法,推导了空间缆风索弧长和无应力索长与空间任意一点的关系。当结构有缆风索时,可用该方法进行简便计算。

2) 以缆风索的角度和现场地形条件设置函数为约束条件,利用 Matlab 求解缆风索合理的锚位置。

3) 以本研究提出的两种方法及有限元方法为手段,求解两种曲线的弧长和无应力索长。通过悬链线理论计算时,对比有限元 $S$ 差值百分比,最大为0.060%; $S_w$ 差值百分比,最大为0.061%。通过抛物线理论计算时,对比有限元 $S$ 差值百分比,最大为0.230%; $S_w$ 差值百分比最大为0.269%。因此,基于悬链线理论方法的计算值精度远大于基于抛物线理论方法的。工程应用中,建议缆风索相关计算采用悬链线理论方法。

#### 参考文献(References):

- [1] 刘宇飞,李传习,于孟生,等. 大跨拱桥拱肋拼装温差效应分析及控制方法[J]. 交通科学与工程, 2020, 36(1): 63-69. (LIU Yufei, LI Chuanxi, YU Mengsheng, et al. Analysis and control method of temperature difference effect in arch rib assembly of large span concrete-filled steel tube arch bridge [J]. Journal of Transport Science and Engineering, 2020, 36(1): 63-69. (in Chinese))
- [2] 韦苡松. 拱桥用新型装配式重型塔架施工关键技术研究[J]. 西部交通科技, 2020(11): 34-38. (WEI Yisong. Research on key construction technology of new assembled heavy tower for arch bridge [J]. Western China Communications Science & Technology, 2020 (11): 34-38. (in Chinese))
- [3] 刘均华. 基于分段悬链线理论下带稳定索风缆找形分析[J]. 四川建材, 2020, 46(12): 148-149, 164. (LIU Junhua. Form-finding analysis of wind cables with stable cables based on segmented catenary theory [J]. Sichuan Building Materials, 2020, 46(12): 148-149, 164. (in Chinese))
- [4] 李保俊. 柔性人行悬索桥空间索面抗风缆索系统的找形计算方法[J]. 石家庄铁道大学学报(自然科学版), 2020, 33(1): 25-30, 81. (LI Baojun. Calculation method for the shape-finding of spatial wind cable system on flexible pedestrian suspension bridge [J]. Journal of Shijiazhuang Tiedao University (Natural Science Edition), 2020, 33(1): 25-30, 81. (in Chinese))
- [5] 吴月星,周建庭,孙马,等. 空间异形索面悬索桥主缆成桥线形计算方法[J]. 桥梁建设, 2020, 50(5): 37-43. (WU Yuexing, ZHOU Jianting, SUN Ma, et al. Geometry calculation method for main cables of completed suspension bridge with irregular spatial cable planes [J]. Bridge Construction, 2020, 50(5): 37-43. (in Chinese))
- [6] SUN Y, ZHU H P, XU D. New method for shape finding of self-anchored suspension bridges with three-dimensionally curved cables [J]. Journal of Bridge Engineering, 2015, 20(2): 1-22.
- [7] ZHANG W M, SHI L Y, LI L, et al. Methods to correct unstrained hanger lengths and cable clamps' installation positions in suspension bridges [J]. Engineering Structures, 2018(171): 202-213.
- [8] 杨华,王英飞. 基于动力松弛法的悬索桥主缆找形方法分析与工程实践研究[J]. 公路工程, 2017, 42(6): 248-253. (YANG Hua, WANG Yingfei. Analyzed to the main cable of suspension bridge based on dynamic relaxation method [J]. Highway Engineering, 2017, 42(6): 248-253. (in Chinese))
- [9] 赵海霞,张文明,蒋晓放,等. 基于悬链线的斜拉索垂度效应等效弹性模量计算方法[J]. 中外公路, 2020, 40(2): 62-66. (ZHAO Haixia, ZHANG Wenming, JIANG Xiaofang, et al. Calculation method for equivalent elastic modulus of cable sag effect based on catenary [J]. Journal of China & Foreign Highway, 2020, 40(2): 62-66. (in Chinese))
- [10] 王红伟. 大跨度钢管混凝土拱桥施工阶段非线性稳定性研究[D]. 南宁: 广西大学, 2019. (WANG Hongwei. Study on nonlinear stability of long-span cfst arch bridge in construction stage [D]. Nanning: Guangxi University, 2019. (in Chinese))
- [11] 沈川. 大跨度中承式钢管混凝土拱桥静风荷载效应研究[D]. 南宁: 广西大学, 2018. (SHEN Chuan. Static wind load effect analysis of long-span half-through cfst arch bridge [D]. Nanning: Guangxi University, 2018. (in Chinese))
- [12] 秦顺全. 桥梁施工控制[M]. 北京: 人民交通出版社, 2007. (QIN Shunquan. Bridge construction control [M]. Beijing: People's Communications Publishing House, 2007. (in Chinese))
- [13] 秦顺全. 桥梁施工控制无应力状态法理论与实践[M]. 北京: 人民交通出版社, 2007. (QIN Shunquan. Bridge construction control: theory and practice of stress-free state method [M]. Beijing: China Communications Press, 2007. (in Chinese))

(责任编辑:罗容;校对:欧兆虎;英文编辑:陈璐)