DOI:10.16544/j.cnki.cn43-1494/u.20210917001

文章编号:1674-599X(2023)02-0041-08

**引用格式**:刘新喜,李彬,王玮玮,等.基于倾斜分层的挡墙主动土压力计算方法[J] 交通科学与工程,2023,39(2):41-48. **Citation**: LIU Xinxi, LI Bin, WANG Weiwei, et al. Calculation method of active earth pressure of finite soil retaining wall based on simplified principal stress trajectory[J]. J. Transp. Sci. Eng., 2023, 39(2):41-48.

# 基于倾斜分层的挡墙主动土压力计算方法

刘新喜,李彬,王玮玮,李松,贺程

(长沙理工大学土木工程学院,湖南长沙410114)

**摘要:**为研究挡墙后有限土体的主动土压力计算方法,先将小主应力迹线的形状由圆弧形简化为倾斜的直线;然后,将挡墙后土体划分为若干个倾斜直线形薄层单元;再针对挡墙后成层填土的极限平衡条件,提出一种有限土体 挡墙主动土压力的计算方法,并给出了主动土压力合力及其作用点高度的理论表达式;最后,将该方法应用于某工 程实例,通过比较该方法的计算结果与其他算法的计算结果及试验值的异同,验证该方法的正确性与合理性。 关键词:挡墙;有限土体;主动土压力;小主应力迹线;倾斜直线形薄层单元 中图分类号:TU 443 **文献标志码**:A

# Calculation method of active earth pressure of finite soil retaining wall based on simplified principal stress trajectory

LIU Xinxi, LI Bin, WANG Weiwei, LI Song, HE Cheng

(School of Civil Engineering, Changsha University of Science & Technology, Changsha 410114, China)

Abstract: In order to study the active earth pressure of the finite soil behind the retaining wall, the trace of small principal stress is simplified from circular arc to inclined straight line, and the soil behind the retaining wall is divided into several inclined straight thin layer elements. In view of the limit equilibrium condition of the layered soil behind the retaining wall, a method for calculating the active earth pressure of the finite soil retaining wall is proposed, and the theoretical expression of the active earth pressure force and the height of the applied point is given. Finally, the correctness and rationality of the method are verified by comparison with an example.

Key words: retaining wall; finite soil; active earth pressure; small principal stress trajectory; inclined linear thin layer element

目前,计算土压力的主流方法均基于经典土压 力理论。挡墙后土体为半无限土体是经典土压力 理论适用的重要前提。在实际工程中,土地紧缺使 得挡墙后土体为有限土体。在这种情况下,若仍采 用经典土压力理论来计算土压力,会导致结果不精 确,甚至可能危及工程安全。因此,有必要对有限 土体的土压力计算方法进行深入研究,以满足实际 工程的需要。

目前,研究有限土体土压力的主要方法是

CAGAH<sup>[1]</sup>于1960年提出的水平分层法。该方法的 思想是在竖直方向上将土体分成若干个水平微分 层,通过求解这些水平微分层的平衡方程,得到土 压力的分布。潘峰等<sup>[2]</sup>基于相关联流动法则,通过 确立挡土墙后竖向分层填土的静力平衡关系,建立 了竖向分层主动土压力关于滑动面夹角的数学模 型,再采用极限平衡理论进行计算,得到了主动土 压力及其分布情况。王闫超等<sup>[3]</sup>针对较复杂情况下 无黏性土的有限土体土压力问题,建立了计算模

收稿日期:2021-09-17

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51674041);湖南省研究生科研创新项目(CX20200839) 作者简介:刘新喜(1963一),男,长沙理工大学教授、博士生导师。

型,并采用薄层单元法推导了解析公式。其在考虑 不同计算条件后,制定了土压力的计算流程,该流 程涵盖了各个条件下土压力计算方法。徐日庆等[4] 以挡土墙后有限范围内的黏土为研究对象,考虑非 极限状态下的土拱效应,并利用由塑性上限理论求 得的破裂面夹角和基于多滑裂面假设得到的侧向 土压力系数变化规律,推导了有限土体的主动土压 力解析式。杨明辉等[5]针对无黏性土体,开展了在 刚性挡墙平动、绕墙底转动和绕墙顶转动3种墙体 主动变位模式下墙后有限宽度土体的土压力试验。 蒋波等[6]根据土拱形状计算水平土体竖直应力,得 到了不同内摩擦角和墙土摩擦角的侧土压力系数, 并用水平微分单元法,计算了挡墙主动土压力强 度、土压力合力与合力作用点的高度。赵琦等印假 定土拱形状为圆弧,运用水平微分层析法,并基于 静力平衡推导出了水平方向主动土的压力分布公 式,通过坐标平移的技巧推导出了主动土压力合力 及其作用点高度的表达式。马平等[8]建立了有限土 体土压力计算模型,基于极限平衡理论及平面滑裂 面假定,在考虑土黏聚力及有限土体宽度的基础 上,推导了有限土体滑裂面剪切破坏角的解析式, 并建立了有限土体主动土压力计算公式。

这些研究为了简化计算,都不可避免地做出了 各种假设,如假设上下水平土层间不存在剪应力 等。但由剪应力互等定理可知,水平土层间必然存 在剪应力,忽略剪应力不符合土体的实际应力状 态,这必然导致最终计算结果出现偏差。刘忠玉<sup>[9]</sup> 虽然考虑了水平土层间的剪应力,但其推出的计算 方法过程烦琐复杂,不适用于实际工程。CAO 等<sup>[10-11]</sup>在原有的水平直线分层法的基础上提出了出 倾斜直线分层法,将圆弧形的主应力轨迹简化为倾 斜的直线,对微分薄层单元沿近似倾斜的主应力轨 迹方向进行分层。这种方法更符合实际土体的受 力状态,其受力分析也更加合理。本研究拟将倾斜 直线分层法运用到有限土体主动土压力的计算中, 以期为类似工程提供参考。

## 1 理论模型和基本假定

设挡土墙高为H,将墙后有限土体的楔形滑动 体分为两个区域: I区(矩形)和Ⅱ区(三角形)两个 分离体,如图1所示。两个区的高度分别为 $H_1$ 、 $H_2$ 。  $H_2=Ltan\alpha_s$ , $H_1+H_2=H$ , $\alpha_s$ 为滑裂面破裂角,L为有限土 体宽度,R为滑裂面下方土体施加在滑动楔体的约束 力, $E_s$ 为主动土压力。为了理论推导的方便,假设:

1) 滑裂面为通过墙踵的直线。

2) 墙后土体为无黏性土,其内摩擦角为φ。

3) 挡土墙墙背粗糙;墙与土之间的摩擦角和土体与建筑物之间的摩擦角相等,均为δ。

4) 填土面水平且无超载作用。



图1 挡土墙后有限土体示意图

Fig. 1 Schematic diagram of finite soil behind retaining wall

# 2 有限土体主动土压力推导

#### 2.1 主应力迹线

本研究采用一种近似方法将圆弧形小主应力 轨迹简化为一条直线,如图2所示。将I区墙背与 建筑物间的小主应力轨迹的两端连接起来,得到一 个倾斜线拱轴。因左右摩擦角相等,该水平直线可 近似为圆弧形小主应力轨迹。



图 2 I区曲线薄层分析模型 Fig. 2 Area I curve thin layer analysis model

#### 2.2 矩形区主动土压力推导

I 区的土压力分析模型不包括滑裂面,所以可 将其看作一个矩形区域进行计算,计算模型如图2 所示。在矩形深度 y 处取厚度为 dy 的薄层单元 ABCD进行受力分析。

设挡土墙与土体接触面处土体的法向正应力 和剪应力分别为σ<sub>w1</sub>、τ<sub>w1</sub>,土体与建筑物接触面处土 体的法向正应力和剪应力分别为σ<sub>b</sub>、τ<sub>b</sub>,墙与土接触 处土体的最大与最小主应力分别为σ<sup>4</sup>、σ<sup>4</sup>,土体与 建筑物接触处的最大与最小主应力分别为σ<sup>β</sup><sub>1</sub>、σ<sup>β</sup><sub>3</sub>。

分别在挡墙与土体接触处、土体与建筑物处取 一个三角形单元进行受力分析,如图 3~4 所示,则:

$$\sigma_{w_{a}} = \sigma_{3}^{A} \sin^{2}\theta_{A} + \sigma_{1}^{A} \cos^{2}\theta_{A} \tag{1}$$

 $\tau_{w_{1}} = (\sigma_{1}^{A} - \sigma_{3}^{A})\sin\theta_{A}\cos\theta_{A}$ (2)

$$\sigma_{\rm b} = \sigma_1^{\rm b} \sin^2 \theta_{\rm B} + \sigma_3^{\rm b} \cos^2 \theta_{\rm B} \tag{3}$$

$$\tau_{\rm b} = (\sigma_1^{\rm B} - \sigma_3^{\rm A}) \sin \theta_{\rm B} \cos \theta_{\rm B} \tag{4}$$

式中: $\theta_A$ 为 I 区墙与土接触处最小主应力与竖直方向的夹角; $\theta_a$ 为 I 区土体与建筑物接触处的最小主应力与竖直方向的夹角。



图3 I区墙与土接触处单元体受力分析

Fig. 3 Force analysis of the unit at the wall-soil contact in



图4 I区土体与建筑物接触处单元体受力分析

Fig. 4 Force analysis of the unit at the contact between soil and building in area I

当土体处于极限平衡状态时, $\sigma_1^A, \sigma_3^B, \sigma_3^B,$ 

$$N = \frac{\sigma_1^{A}}{\sigma_3^{A}} = \frac{\sigma_1^{A'}}{\sigma_3^{A'}} = \tan^2(45^\circ + \varphi/2)$$
(5)

式中:N为墙与土接触处或滑动面处的最大主应力 与最小主应力之比。

联立式(1)~(5),得到:

$$\theta_{A} = \arctan \frac{(N-1) + \sqrt{(N-1)^{2} - 4N \tan^{2} \delta}}{2 \tan \delta}$$
(6)

$$\theta_{s} = \arctan \frac{(N-1) + \sqrt{(N-1)^{2} - 4N \tan^{2} \delta}}{2N \tan \delta}$$
(7)

I 区薄层单元计算模型如图5所示,各单元线段的长度表达式为:

$$l_{AC} = l_{BD} = dy \tag{8}$$

$$l_{AB} = l_{CD} = L \tag{9}$$

式中:*l<sub>AC</sub>、<i>l<sub>BD</sub>、l<sub>AB</sub>、l<sub>CD</sub>*分别为薄层单元左、右、上、下线段的宽度。



图5 I区薄层单元计算模型

#### Fig. 5 Calculation model of thin-layer unit of area I

最大主应力在单元上界面 AB 上均匀分布,则有:

$$\sigma_1^A = \sigma_1^B \tag{10}$$

线段AB上的平均主应力 $\bar{\sigma}_1$ 为:

$$\bar{\sigma}_1 = \frac{\sigma_1^A + \sigma_1^B}{2} = \sigma_1^A = \sigma_1^B \tag{11}$$

因此,作用于单元左侧线段*AB*的力*F*<sub>AB</sub>和单元 右侧线段*CD*上的力*F*<sub>cp</sub>分别为:

$$F_{AB} = \sigma_1^A \cdot l_{AB} \tag{12}$$

$$F_{CD} = (\sigma_1^A + \mathrm{d}\sigma_1^A) \cdot l_{CD} \tag{13}$$

该单元在水平和垂直方向上处于受力平衡状态。由 $\Sigma F_{*}=0, \Sigma F_{*}=0,$ 可得:

$$\sigma_{w} \cdot l_{AC} - \sigma_{b} \cdot l_{BD} = 0 \tag{14}$$

$$\tau_{w_{1}} \cdot l_{AC} - F_{AB} + F_{CD} - dw_{1} + \tau_{b} \cdot l_{BD} = 0$$
(15)

$$dw_1 = \frac{\gamma (l_{AB} + l_{CD})t_1}{2} = \gamma L dy$$
(16)

式中: $t_1$ 为单元体*ABCD*的高; $dw_1$ 为单元体*ABCD*的重力; $\gamma$ 为土体容重。

将式(1)~(13)代入式(14)~(15),可得:  
$$t_2\sigma_{y_1}dy + d\sigma_1^4 - \gamma dy = 0$$
 (17)

$$t_2 = \frac{2\tan\delta}{L} \tag{18}$$

$$\boldsymbol{\tau}_{w_1} = t_3 \boldsymbol{\sigma}_1^A \tag{19}$$

式中: $t_3 = \cos^2 \theta_A + \frac{1}{N} \sin^2 \theta_{A^\circ}$ 将式(19)代人式(17),

可得:

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_1^A}{\mathrm{d}y} + t_2 t_3 \sigma_1^A - \gamma = 0 \tag{20}$$

求解关于 $\sigma_1^4$ 的微分方程,即式(20),得:

$$\sigma_1^A = C_1 e^{-t_2 t_3 y} + \frac{\gamma}{t_2 t_3}$$
(21)

$$\sigma_{w_1} = C_1 t_3 e^{-t_2 t_3 y} + \frac{\gamma}{t_2}$$
(22)

式中:C1为待定常数。

根据边界条件:当 $y=0,\sigma_{w}=0$ 时,可解得:

$$C_1 = -\frac{\gamma}{t_2 t_3} \tag{23}$$

将式(23)代入式(22),即可求得主动土压力强度 *σ*<sub>w</sub>,其表达式为:

$$\sigma_{w} = t_4 (e^{-t_2 t_3 y} - 1)$$
(24)

式中: $t_4 = -\frac{\gamma}{t_2}$ 。 I 区主动土压力合力 $E_a$ 可表示为:

$$E_{a_1} = K_1 (e^{-t_2 t_3 H_1} - 1) - t_4 H_1$$
(25)

式中:
$$K_1 = -\frac{t_4}{t_2 t_3}$$
。

#### 2.3 三角形区主动土压力推导

Ⅱ 区土压力分析模型包括滑裂面,可将其看作 一个三角形区域进行计算,计算模型如图6所示。







取薄层单元 MNPO 进行受力分析。微分薄层 单元沿近似倾斜的主应力轨迹方向进行划分。一 般认为, 土拱效应只改变主应力的传递方向, 但不改 变其数值。而最大主应力 $\sigma_1$ 在主应力轨迹上的数值 改变是由深度变化引起的。因此,假设最大主应力 $\sigma_1$ 沿倾斜分层方向呈线性分布。设挡墙后滑动面处的 正应力、剪应力分别为 $\sigma_s, \tau_s$ ;墙与土接触面处的正 应力、剪应力分别为 $\sigma_{w_2}, \tau_{w_2}$ ,计算方法可参照 I 区的 方法。设墙与土接触处土体的最大与最小主应分别 力为 $\sigma_1^M, \sigma_3^M,$ 滑动面上土体的最大与最小主应力分别 为 $\sigma_1^N, \sigma_3^N,$ 分别在墙与土接触处和滑裂面处的取一个 三角形单元进行受力分析,如图7所示。则有:

$$\sigma_{w_2} = \sigma_3^M \sin^2 \theta_M + \sigma_1^M \cos^2 \theta_M \tag{26}$$

$$\tau_{w} = (\sigma_1^M - \sigma_3^M) \sin \theta_M \cos \theta_M \tag{27}$$

$$\sigma_{s} = \sigma_{1}^{N} \sin^{2}(\theta_{N} - \alpha_{s}) + \sigma_{3}^{N} \cos^{2}(\theta_{N} - \alpha_{s}) \quad (28)$$

$$\tau_{s} = (\sigma_{1}^{N} - \sigma_{3}^{N})\sin(\theta_{N} - \alpha_{s})\cos(\theta_{N} - \alpha_{s}) \qquad (29)$$

式中: $\theta_{M}$ 为 II 区墙与土接触处最小主应力方向与竖 直方向的夹角; $\theta_{N}$ 为 II 区滑裂面处最小主应力方向 与竖直方向的夹角。



Fig. 7 Force analysis force of unit body at wall and soil contact in area II

$$N = \frac{\sigma_1^M}{\sigma_3^M} = \frac{\sigma_1^N}{\sigma_3^N} = \tan^2(45^\circ + \phi/2)$$
(30)

式中:N为墙与土接触处或滑动面处的最大主应力 与最小主应力之比。

联立式(26)~(30),得:  

$$\theta_{u} = \arctan \frac{(N-1) + \sqrt{(N-1)^{2} - 4N \tan^{2} \delta}}{2 \tan \delta} (31)$$

$$\theta_{u} = \alpha_{s} + \arctan \frac{(N-1) + \sqrt{(N-1)^{2} - 4N \tan^{2} \phi}}{2N \tan \phi}$$

$$\theta_2 = \arctan\left(\frac{\cos\theta_N - \cos\theta_M}{\sin\theta_M - \sin\theta_N}\right)$$
(33)

式中:0<sub>2</sub>为竖直方向与微分单元倾斜后方向的夹角, 如图8所示。

在深度z处,取厚度为dz的薄层单元作为研究 对象,模型如图9所示。

薄层单元各线段的长度为:

$$l_{M0} = dz \qquad (34)$$
$$l_{PN} = l_{00} = \sin \theta_2 dz \qquad (35)$$

$$l_{PN} = \frac{\sin\theta_2 dz}{\cos(\theta_2 - \alpha_z)}$$
(36)

$$l_{MN} = \frac{(H_2 - z)\cos\alpha_s}{\cos(\theta_2 - \alpha_s)}$$
(37)

$$l_{oP} = \frac{(H_2 - z - dz)\cos\alpha_s}{\cos(\theta_2 - \alpha_s)}$$
(38)









**图9** II区薄层单元计算模型

Fig. 9 Calculation model of thin-layer unit of area II

设点M处的最大主应力为 $\sigma_1^M$ ,点N处的最大主应力为 $\sigma_1^N$ ,则有:

$$\sigma_1^N = \sigma_1^M + \gamma \Delta y_{MN} \tag{39}$$

 $\Delta y_{MN}$ 的值为:

$$\Delta y_{MN} = l_{MN} \cos \theta_2 \tag{40}$$

线段MN上的平均主应力为:

$$\bar{\sigma}_1' = \frac{\sigma_1^M + \sigma_1^N}{2} \tag{41}$$

因此,作用于线段MN上的力为:

$$F_{MN} = \int_{M}^{N} \sigma_1 \cdot \mathrm{d}l = \bar{\sigma}_1' l_{MN} \tag{42}$$

同理,线段*OP*上的平均主应力为*ō*'<sub>1</sub> + d*ō*'<sub>1</sub>,作 用于线段*OP*上的力为:

$$F_{oP} = \int_{0}^{P} (\sigma_{1}' + \mathrm{d}\sigma_{1}') \mathrm{d}l = (\bar{\sigma}_{1}' + \mathrm{d}\bar{\sigma}_{1}') \cdot l_{oP} \quad (43)$$

该单元在水平和垂直方向上处于受力平衡状态。故有:

$$\sigma_{w_{2}} \cdot l_{MO} - F_{MN} \cdot \cos \theta_{2} + F_{OP} \cdot \cos \theta_{2}$$

$$- \sigma_{s} \cdot \sin \alpha_{s} \cdot l_{PN} + \tau_{s} \cdot \cos \alpha_{s} \cdot l_{PN} = 0$$

$$\tau_{w_{2}} \cdot l_{MO} - F_{MN} \cdot \sin \theta_{2} + F_{OP} \cdot \sin \theta_{2}$$

$$+ \sigma_{s} \cdot \cos \alpha_{s} \cdot l_{PN} + \tau_{s} \cdot \sin \alpha_{s} \cdot l_{PN} - dw_{2} = 0$$

$$(45)$$

#### 单元体 MNOP 的重力为:

$$\mathrm{d}w_2 = \frac{\gamma(l_{MN} + l_{OP})t}{2} \tag{46}$$

式中:
$$t$$
为单元体的高。  
将式(44)~(46)代入式(44)~(45),可得:  
 $t_5\sigma_{w_2}dz - t_6\bar{\sigma}'_1dz + t_6d\bar{\sigma}'_1(H_2 - z - dz)$   
 $- t_7\gamma dz(H_2 - z - \frac{1}{2}dz) = 0$  (47)

$$t_5 = (1 + \tan \alpha_s \tan \phi) + \tan \delta (\tan \alpha_s - \tan \phi) \quad (48)$$
$$t_6 = t_8 [(1 + \tan \alpha_s \tan \phi) + \tan \theta_2 (\tan \alpha_s - \tan \phi)]$$

$$t_7 = t_8 \cdot \tan \theta_2 \cdot (\tan \alpha_s - \tan \phi) \tag{50}$$

$$t_{8} = \frac{\cos\theta_{2}\cos\alpha_{s}}{\cos(\theta_{1} - \alpha_{s})}$$
(51)

对墙背面薄层单元的三角形单元*MOJ*进行受力分析,如图10所示。





Fig 10 Calculation model of triangular unit on wall back of area II

$$l_{MO} = \mathrm{d}z \tag{52}$$

$$l_{MJ} = \cos \theta_2 dz \tag{53}$$

$$l_{0J} = \sin\theta_2 dz \qquad (54)$$

対二角形甲元进行交力分析,得到平衡力程:  

$$\sigma_{w_2} \cdot l_{M0} - \sigma_1^M \cdot \cos \theta_2 \cdot l_{MJ} - \sigma_3^M \cdot \sin \theta_2 \cdot l_{0J} = 0$$
(55)  
 $\tau_{w_2} \cdot l_{M0} - \sigma_1^M \cdot \sin \theta_2 \cdot l_{MJ} + \sigma_3^M \cdot \cos \theta_2 \cdot l_{0J} - dw = 0$ 
(56)

其中,dw为三角形单元重力:

$$\mathrm{d}w = \frac{\gamma}{2}\sin\theta_2\cos\theta_2\mathrm{d}^2z \tag{57}$$

$$\sigma_1^M = \bar{\sigma}_1' - \frac{\gamma}{2} \Delta y_{MN} \tag{58}$$

$$\sigma_3^{M} = \frac{\sigma_1^{M}}{N} = \frac{\bar{\sigma}_1' - \frac{\gamma}{2}\Delta y_{MN}}{N}$$
(59)

$$\sigma_{w_2} = t_9 t_{10} \bar{\sigma}_1' - t_8 t_9 t_{10} \cdot \frac{\gamma}{2} \left( H_2 - z \right)$$
(60)

$$t_{9} = \cos^{2}\theta_{2} + \frac{\sin^{2}\theta_{2}}{N} + (1 - \frac{1}{N})\sin\theta_{2}\cos\theta_{2} \quad (61)$$

$$t_{10} = \frac{1}{(1 + \tan \delta)}$$
(62)

将式(60)代人式(47),可得:

$$\frac{\mathrm{d}\bar{\sigma}_1'}{\mathrm{d}z} + \frac{\lambda_1}{z - H_2}\bar{\sigma}_1' - \frac{\gamma}{\lambda_2} = 0 \tag{63}$$

其中:
$$\lambda_1 = 1 - \frac{t_5 t_9 t_{10}}{t_6}; \lambda_2 = \frac{2t_6}{t_5 t_8 t_9 t_{10} + 2t_7}$$
°

解微分方程(63),可得:

$$\overline{\sigma'}_1 = C_2 (z - H_2)^{-\lambda_1} + \frac{\gamma(z - H_2)}{\lambda_2 (1 + \lambda_1)}$$
(64)

$$\sigma_{w_2} = t_9 t_{10} C_2 (z - H_2)^{-\lambda_1} -\gamma t_9 t_{10} (z - H_2) \left[ \frac{1}{\lambda_2 (1 + \lambda_1)} + \frac{t_8}{2} \right]^{(65)}$$

根据边界条件:z=0时, $\sigma_{w_2} = t_4(e^{-t_4t_4t_1} - 1)$ ,可求出 $C_2$ 的值,其表达式为:

$$C_{2} = (-H_{2})^{-\lambda_{1}} \left[ -\frac{\gamma}{\lambda_{2}(1+\lambda_{1})} - \frac{\gamma t_{8}}{2} - \frac{t_{4}(e^{-t_{2}t_{3}H_{1}} - 1)}{t_{9}t_{10}H_{2}} \right]$$
(66)

将式(66)代入到式(65),可得:

$$\sigma_{w_2} = K_2 (-H_2) (1 - \frac{z}{H_2})^{-\lambda_1} + K_3 \gamma (z - H_2) \quad (67)$$

其中:

$$K_{2} = t_{9}t_{10} \left[ -\frac{\gamma}{\lambda_{2}(1+\lambda_{1})} - \frac{\gamma t_{8}}{2} - \frac{t_{4}(e^{-t_{2}t_{1}H_{1}} - 1)}{t_{9}t_{10}H_{2}} \right];$$
  

$$K_{3} = t_{9}t_{10} \left[ \frac{1}{\lambda_{2}(1+\lambda_{1})} + \frac{t_{8}}{2} \right]_{0}$$

Ⅱ区的主动土压力合力 $E_{a_2}$ 可表示为:

$$E_{a_2} = \int_0^{H_2} \sigma_{w_2} dz = \frac{K_2 H_2^2}{\lambda_1 - 1} - \frac{K_3 \gamma H_2^2}{2}$$
(68)

2.3 土压力合力

主动土压力合力为:

$$E_{a} = E_{a_{1}} + E_{a_{2}} = K_{1} \left( e^{-t_{2}t_{3}H_{1}} - 1 \right) - t_{4}H_{1} + \frac{K_{2}H_{2}^{2}}{\lambda_{1} - 1} - \frac{K_{3}\gamma H_{2}^{2}}{2}$$
(69)

### 2.4 滑裂面角度的确定

 $\frac{dE_{a}}{d\alpha_{s}}=0$  对应的 $\alpha_{s}$ 值即为对应的滑裂面角度,此 过程可用 matlab 编程求解。

# 2.5 合力作用点高度的确定

取土压力对墙趾的力距为:

$$M = \int_{0}^{H_{1}} \sigma_{w_{1}}(H - y) dy + \int_{0}^{H_{2}} \sigma_{w_{2}}(H_{2} - z) dz$$
  
$$= \frac{t_{4}H_{1}}{t_{2}t_{3}} \cdot e^{-t_{2}t_{3}H_{1}} + \left(\frac{t_{4}}{t_{2}^{2}t_{3}^{2}} - \frac{t_{4}H}{t_{2}t_{3}}\right) \left(e^{-t_{2}t_{3}H_{1}} - 1\right)$$
  
$$+ \frac{t_{4}H_{1}^{2}}{2} - t_{4}HH_{1} - \frac{K_{2}H_{2}}{2 - \lambda_{1}} - \frac{K_{3}\gamma H_{2}^{3}}{3}$$
(70)

合力作用点距墙趾的距离为:

$$h_{a} = \frac{M}{E_{a}} \tag{71}$$

# 3 对比验证

TAKE等<sup>[12]</sup>学者对有限宽度砂性土进行了离心 机模型试验研究,离心机加速度为35.7g(g为重力 加速度)。因此,高度为140 mm的模型挡墙经过离 心放大之后,等同于实际工程中5m高的挡土墙,试 验中墙背和岩面均竖直。土体重度在密实回填状 态下的密度为1.62g/cm<sup>3</sup>,则其重度γ为15.87 kN/ m<sup>3</sup>,峰值和临界状态时所对应的内摩擦角分别为 36°和29°,墙与土的摩擦角的峰值和临界值分别为 25°和23°。

将本研究结果与试验中墙与土摩擦角和土体 与岩面摩擦角相等这一工况的计算结果进行对比, 取临界状态下的试验参数 $\phi = 29^{\circ}, \delta = 23^{\circ}$ 进行 验证。本理论计算值与TAKE等<sup>[12]</sup>的试验值、刘忠 玉<sup>[9]</sup>的计算值对比结果如图11所示。有限填土宽 度分别取模型试验中的15、38和75 mm,对应于实 际工程中的土体宽度L分别为0.54、1.36和2.68 m。

从图 11 可以看出,在不同的填土表面宽度的情况下,本研究方法所得的主动土压力曲线总体上与试验值吻合程度良好。本研究计算值与刘忠玉计算值在土体深度3 m以内几乎重合;在土体深度为3~5 m时,两者计算值出现许偏差,但都与试验值相差不大。

不同分析方法得到的计算值与试验值之间的 相对误差见表1,其计算公式为:

$$\varepsilon = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} \frac{|e_1 - e_2|}{e_2}\right)}{n} \times 100\%$$
(72)

式中: *ε* 为计算值与试验值之间的相对误差; *e*<sub>1</sub> 为计 算值; *e*<sub>2</sub> 为试验值; *n* 为每组试验中测试点的个数。





由表1可知,在L为0.54m时,该方法的相对误 差较刘忠玉方法的小很多。在L分别为1.36、2.68m 时,两者的相对误差均较为接近。因此,本研究提出的方法是正确且可行的。

表1 不同被动土压力分析方法计算结果的比较

 Table 1
 Comparisons of calculated results by different

methods of passive earth pressure analysi	s
---	---

主动土压力分析方法	相对误差/%		
	L=0.54	L=1.36	L=2.68
本方法	13.55	20.14	10.61
刘忠玉方法	21.36	20.10	9.09

# 4 结论

考虑墙与土间摩擦引起挡墙后土体主应力偏转,将圆弧形主应力迹线简化为倾斜直线,提出了 有限土体挡墙主动土压力的计算方法,得到结论:

1)修正了水平薄层单元法,提出了沿近似倾斜 的小主应力迹线分层的有限土体挡墙主动土压力 计算方法。该方法更符合实际受力状态。

2)根据滑裂面的位置对挡墙后的有限土体分 区及受力分析,推导出挡墙主动土压力强度、土压 力合力以及合力作用点高度的理论表达式。

3)将本方法的计算结果与试验数据及其他有 限土体计算值进行对比。研究结果表明:本方法的 计算结果与试验结果、其他有限土体计算值均能较 好地吻合,验证了本方法的正确性和可行性。

#### 参考文献(References):

- [1] CAGAH M E O. Supporting wall at non-linear distributions[J].Construction Machinery and Equipment, 1960,6:35-40.
- [2] 潘峰,陈文胜,丁博,等.竖向分层土主动土压力的分析与计算[J].交通科学与工程,2019,35(2):1-5,50.
  PAN Feng, CHEN Wensheng, DING Bo, et al. Analysis and calculation of the active earth pressure of the vertical stratified soil [J]. Journal of Transport Science and Engineering, 2019, 35(2):1-5, 50.
- [3] 王闫超,晏鄂川,陆文博,等.无黏性有限土体主动土 压力解析解[J].岩土力学,2016,37(9):2513-2520.
  WANG Yanchao, YAN E'chuan, LU Wenbo, et al. Analytical solution of active earth pressure for limited cohesionless soils[J]. Rock and Soil Mechanics, 2016, 37(9):2513-2520.
- [4] 徐日庆,徐叶斌,程康,等.有限土体下考虑土拱效应

的非极限主动土压力解[J]. 岩土工程学报, 2020, 42 (2): 362-371.

XU Riqing, XU Yebin, CHENG Kang, et al. Method to calculate active earth pressure considering soil arching effect under nonlimit state of clay[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2020, 42(2): 362-371.

[5]杨明辉,吴志勇,赵明华.挡墙后有限宽度土体土拱效 应分析及土压力计算方法[J].湖南大学学报(自然科学 版),2020,47(3):19-27.

YANG Minghui, WU Zhiyong, ZHAO Minghua. Soil arch effect analysis and earth pressure calculating method for finite width soil behind retaining wall[J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2020, 47(3): 19-27.

- [6] 蒋波,应宏伟,谢康和.挡土墙后土体拱效应分析[J]. 浙江大学学报(工学版), 2005, 39(1): 131-136.
  JIANG Bo, YING Hongwei, XIE Kanghe. Analysis on soil arching behind retaining wall[J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2005, 39(1): 131-136.
- [7] 赵琦,朱建明.临近地下室外墙影响下的考虑土拱效应的挡土墙主动土压力研究[J].岩土力学,2014,35
  (3):723-728.

ZHAO Qi, ZHU Jianming. Research on active earth pressure behind retaining wall adjacent to existing basements exterior wall considering soil arching effects [J]. Rock and Soil Mechanics, 2014, 35(3): 723-728.

- [8] 马平,秦四清,钱海涛.有限土体主动土压力计算[J]. 岩石力学与工程学报,2008(S1):3070-3074.
  MA Ping, QIN Siqing, QIAN Haitao. Calculation of active earth pressure for limited soils[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008(S1): 3070-3074.
- [9] 刘忠玉.有限无黏性填土刚性挡土墙主动土压力计算
  [J].中国公路学报, 2018, 31(2): 154-164.
  LIU Zhongyu. Active earth pressure calculation of rigid retaining walls with limited granular backfill space [J].
  China Journal of Highway and Transport, 2018, 31(2): 154-164.
- [10] CAO W G, LIU T, XU Z. Estimation of active earth pressure on inclined retaining wall based on simplified principal stress trajectory method [J]. International Journal of Geomechanics, 2019, 19(7): 6019011.
- [11] 王梅,李镜培.考虑土拱效应的刚性挡墙主动土压力计 算方法[J].岩土工程学报,2013,35(5):865-870.
  WANG Mei, LI Jingpei. New method for active earth pressure of rigid retaining walls considering arching effect
  [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013,35(5):865-870.
- TAKE W A, VALSANGKAR A J. Earth pressures on unyielding retaining walls of narrow backfill width [J]. Canadian Geotechnical Journal, 2001, 38 (6) : 1220-1230.

(责任编辑:赵冰;校对:李脉;英文编辑:李岳林)

(上接第40页)

- [48] 李浩楠, 刘勇. 模糊神经网络的优化及其应用[J]. 哈尔 滨理工大学学报, 2020, 25(6):142-149.
  LI Haonan, LIU Yong. Optimization and application of fuzzy neural network[J]. Journal of Harbin University of Science and Technology, 2020, 25(6):142-149.
- [49] 刘远成. 基于灰色综合评价法的水利工程外观质量评价[D]. 大连: 大连理工大学,2019.
  LIU Yuancheng. Appearance quality evaluation of water conservancy projects based on grey comprehensive evaluation method [D]. Dalian; Dalian University of

Technology, 2019.

[50]万炳彤,鲍学英,李爱春.基于未确知一集对耦合的生态护坡工程质量评价体系及应用[J].水土保持通报, 2019,39(2):108-114.

WAN Bingtong, BAO Xueying, LI Aichun. Quality evaluation system and application of ecological slope protection project based on unascertained-set pair coupling [J]. Bulletin of Soil and Water Conservation, 2019, 39(2):108-114.

(责任编辑:欧兆虎;校对:刘国奇;英文编辑:陈璐)