

DOI: 10.116544/j.cnki.cn43-1494/u. 2021023001

文章编号: 1674-599X(2023)02-0105-09

引用格式: 朱文静, 张映雪, 武焱, 等. 优化MGM(1,n)模型在边坡沉降预测中的应用研究[J]. 交通科学与工程, 2023, 39(2): 105-113.

Citation: ZHU Wenjing, ZHANG Yingxue, WU Yan, et al. Application of optimized MGM(1,n) model in slope settlement prediction[J]. J. Transp. Sci. Eng., 2023, 39(2): 105-113.

# 优化MGM(1,n)模型在边坡沉降预测中的应用研究

朱文静<sup>1</sup>, 张映雪<sup>1</sup>, 武焱<sup>1</sup>, 王模<sup>2</sup>

(1. 长沙理工大学 交通运输工程学院, 湖南 长沙 410014, 2. 海南省交通工程建设局, 海南 海口 570100)

**摘 要:** 为更好地预测边坡沉降, 考虑边坡整体变化趋势, 采用多变量的优化MGM(1,n)模型, 对边坡相关的各监测点的沉降变形进行了预测。该研究先以平均相对残差为指标筛选初值, 引入背景值系数重构背景值计算公式; 再据此建立改进的双值MGM(1,n)优化模型; 最后, 以中山西环高速公路A段的边坡工程为实例, 分别建立传统MGM(1,n)模型、GM(1,1)模型和优化MGM(1,n)模型, 并对所测数据进行建模预测和比较分析。研究表明: 在3种优化模型中, 优化MGM(1,n)模型的预测精度最高。该模型在边坡沉降预测方面具有一定的应用前景, 可为类似工程和研究提供参考。

**关键词:** 边坡; 沉降预测; MGM(1,n)模型; 初值优化; 背景值优化

**中图分类号:** U416.1 **文献标志码:** A

## Application of optimized MGM(1,n) model in slope settlement prediction

ZHU Wenjing<sup>1</sup>, ZHANG Yingxue<sup>1</sup>, WU Yan<sup>1</sup>, WANG Mo<sup>2</sup>

(1. School of Civil Engineering, Changsha University of Science & Technology, Changsha 410014, China;

2. Hainan Transportation Engineering Construction Bureau, Haikou 570100, China)

**Abstract:** In order to better solve the problem of slope subsidence prediction, this paper focuses on the overall change trend of slope, and uses multivariate optimization MGM(1,n) model to realize the prediction of sedimentation deformation of the monitoring points affecting the interconnected effects of slope. The MGM(1,n) optimization model of improved double value is established by filtering the initial value by means of the average relative residual index and reconstructing the background value calculation formula by introducing the background value coefficient. Based on the measured data of the A-section slope of the Central Shanxi Expressway, the optimized MGM(1,n) model, the traditional MGM(1,n) model and the GM(1,1) model were established, and the measured data were modeled and predicted. The results show that optimizing the MGM(1,n) model has higher prediction accuracy and some application prospects in slope subsidence prediction, which can provide reference for future research.

**Key words:** slope; prediction of subsidence; MGM(1,n) model; initial value optimization; background value optimization

受公路周边地质、地貌和公路设计必须满足的几何设计标准的要求的影响, 公路建设常常要对山

体进行开挖或填补, 由此形成了许多公路边坡。这些开挖或填补破坏了原有土体的力学平衡。受地

收稿日期: 2021-10-23

基金项目: 安徽省自然科学基金(1908085QE217) 海南省交通科技项目(J-ZX-ZAK-02-2021)

作者简介: 朱文静(1998—), 女, 长沙理工大学硕士生。

质构造、岩体结构及降水、地震等环境因素的影响,公路边坡会逐渐产生较大沉降变形。对于部分高边坡,若不能及时监测其稳定程度和沉降变形发展情况,将无法做出及时的防护措施,导致山体滑坡,造成人员伤亡和财产损失。

针对边坡沉降变形预测的问题,国内外学者进行了大量研究。李克刚等<sup>[1]</sup>利用反向传播神经网络(back propagation neural networks, BPNN)算法对大量实测数据进行了学习,建立了边坡沉降预测模型,但该模型求解耗时较长。李建新等<sup>[2]</sup>建立了改进的支持向量机预测模型,采用相空间重构理论对边坡位移的原始数据进行转化,并将其作为支持向量机的输入数据,实现了模型的快速求解。这些研究都只针对单个边坡的沉降进行建模和预测,未涉及多个边坡的联合预测。罗亦泳等<sup>[3]</sup>建立了多输出的支持向量机预测模型,对边坡中的多个监测点的变形进行逐个单独预测。但在实际的边坡沉降变形发展过程中,各边坡的多个监测点之间往往联系紧密,它们产生的变形相互影响。建立一个可反映整体与局部之间较多联系的模型,能更好地反映实际情况,提高边坡沉降变形的预测精度。XING等<sup>[4]</sup>基于现场监测数据与BPNN的位移反分析,对边坡的变形特征及破坏机理进行了分析,其预测值与试验值吻合较好。LI等<sup>[5]</sup>基于分数阶微积分灰色模型对边坡变形进行了预测和研究。葛琦等<sup>[6]</sup>基于动态空间面板的模型,刻画了边坡不同监测点间的空间关系,利用动态面板数据分析方法对原始数据进行修正,建立了动态空间面板数据预测模型,实现了较高精度的边坡沉降预测。但该方法涉及的数学知识较为复杂,在模型求解上也存在可能局部不收敛的问题。张春辉等<sup>[7]</sup>在传统的预测路基沉降的神经网络的基础上,加入了智能优化算法中的粒子群算法,大幅提高了路基沉降的预测精度。

多元灰色预测模型MGM(1,n)能很好地体现系统与各变量之间的关系<sup>[8]</sup>,且建模过程简单,易于实现,但该模型预测误差较大,精度不高。为提高边坡路基沉降预测的准确性,谢宇航等<sup>[9]</sup>在组合S型单项预测模型和传统熵值法预测模型的基础上,提出一种复合确权预测模型。唐超等<sup>[10]</sup>采用自适应变异粒子群算法对模型的背景值进行优化,建立了

OGM(1,n)优化模型。这些研究均只对模型的背景值进行优化,忽略了初值选取对模型精度的影响。

因此,为实现对边坡沉降的精确预测,本研究建立了改进初值和背景值的MGM(1,n)优化模型。该模型先通过平均相对残差指标筛选最优初值;然后,引入背景值系数重构背景值;最后,建立改进双值的优化MGM(1,n)模型。本研究以广东省中山市西环高速公路二期工程为实例,分别对其建立传统MGM(1,n)模型、GM(1,1)模型和优化MGM(1,n)模型,并对所测数据进行预测、比较、分析,验证优化MGM(1,n)模型的准确性和可靠性。

## 1 传统MGM(1,n)模型

### 1.1 数据等时距处理

MGM(1,n)与GM(1,1)模型只能处理等时距数据,但实际工程检测数据大多为不等时距数据,故需对检测数据先进行等时距处理。三次样条插值法常被用来解决这类问题。该方法的思想是使用三次样条函数在原始数据区间划分的 $n$ 个子区间内进行插值。该方法可以保证函数在区间连接点的二阶光滑性,并能有效避免龙格-库塔现象,提高插值的准确性。具体处理方式见文献[11]。

### 1.2 MGM(1,n)模型

先将原始的观测数据序列记为 $\{x_i^{(0)}(k), i = 1, 2, \dots, n; k = 1, 2, \dots, m\}$ 。其中, $x_i^{(0)}(k)$ 表示第 $i$ 个观测点在第 $k$ 个观测周期内所检测到的数据,其所产生的一次累加(1-AGO)序列 $\{x_i^{(1)}(k)\}$ 可表示为:

$$x_i^{(1)}(k) = \sum_{j=1}^k x_i^{(0)}(j) \quad (1)$$

根据AGO序列建立MGM(1,n)模型,其表达式为:

$$\begin{cases} \frac{dx_1^{(1)}(t)}{dt} = a_{11}x_1^{(1)}(t) + a_{12}x_2^{(1)}(t) + \dots + a_{1n}x_n^{(1)}(t) + b_1 \\ \frac{dx_2^{(1)}(t)}{dt} = a_{21}x_1^{(1)}(t) + a_{22}x_2^{(1)}(t) + \dots + a_{2n}x_n^{(1)}(t) + b_2 \\ \vdots \\ \frac{dx_n^{(1)}(t)}{dt} = a_{n1}x_1^{(1)}(t) + a_{n2}x_2^{(1)}(t) + \dots + a_{nn}x_n^{(1)}(t) + b_n \end{cases} \quad (2)$$

其矩阵形式为:

$$\frac{dX^{(1)}(t)}{dt} = AX^{(1)}(t) + B \quad (3)$$

式中: $A$ 为MGM(1,n)模型的参数矩阵; $B$ 为该模型的参数向量; $X^{(1)}(t)$ 为该模型的常数列向量。它们具体表达式分别为:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}, X^{(1)}(t) = \begin{bmatrix} x_1^{(1)}(t) \\ x_2^{(1)}(t) \\ \vdots \\ x_n^{(1)}(t) \end{bmatrix}。$$

对式(3)进行求解,可求得其时间响应式,其表达式为:

$$X^{(1)}(t) = e^{A(t-1)}(X^{(1)}(1) + A^{-1}B) - A^{-1}B \quad (4)$$

$$\text{其中, } X^{(1)}(1) = [x_1^{(1)}(1), x_2^{(1)}(1), \cdots, x_n^{(1)}(1)]^T。$$

将微分方程(2)离散化,并采用梯形、矩形积分公式对其进行求解。可得:

$$x_i^{(0)}(k) = \sum_{j=1}^n a_{ij} z_j^{(1)}(k) + b_i \quad (j=1, 2, \cdots, n; k=2, 3, \cdots, m) \quad (5)$$

$$z_i^{(1)}(k) = \frac{1}{2}[x_i^{(1)}(k) + x_i^{(1)}(k-1)] \quad (i=1, 2, \cdots, n; k=2, 3, \cdots, m) \quad (6)$$

利用最小二乘法原理,可由初值 $x_i^{(0)}(k)$ 和背景值 $z_i^{(1)}(k)$ 求得式(3)中的参数向量拟合值。记 $P_i = (a_{i1}, a_{i2}, \cdots, a_{in}, b_i)^T$ ,其参数向量的拟合值可表示为:

$$\hat{P}_i = (\hat{a}_{i1}, \hat{a}_{i2}, \cdots, \hat{a}_{in}, \hat{b}_i)^T = (L^T L)^{-1} L^T Y_i \quad (7)$$

$$L = \begin{bmatrix} z_1^{(1)}(2) & z_2^{(1)}(2) & \cdots & z_n^{(1)}(2) & 1 \\ z_1^{(1)}(3) & z_2^{(1)}(3) & \cdots & z_n^{(1)}(3) & 1 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ z_1^{(1)}(m) & z_2^{(1)}(m) & \cdots & z_n^{(1)}(m) & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$Y_i = [x_i^{(0)}(2), x_i^{(0)}(3), \cdots, x_i^{(0)}(m)]^T \quad (9)$$

故 $A$ 、 $B$ 的拟合值 $\hat{A} = (\hat{a}_{ij})_{n \times n}$ ,  $\hat{B} = [\hat{b}_1, \hat{b}_2, \cdots, \hat{b}_n]^T$ 。

可得MGM(1,n)模型的时间响应拟合值,其具体表达式为:

$$\hat{X}^{(1)}(t) = e^{\hat{A}(t-1)}(X^{(1)}(1) + \hat{A}^{-1}\hat{B}) - \hat{A}^{-1}\hat{B} \quad (10)$$

对式(10)做累减还原,可得原始数据序列的拟合值表达式及还原式向量如式(11)~(12)所示:

$$\begin{cases} \hat{X}^{(0)}(1) = \hat{X}^{(1)}(1) \\ \hat{X}^{(0)}(k) = \hat{X}^{(1)}(k) - \hat{X}^{(1)}(k-1) \quad k=2, 3, \cdots, m \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \hat{X}^{(0)}(t) &= X^{(1)}(t) - X^{(1)}(t-1) \\ &= e^{\hat{A}(t-1)}(1 - e^{\hat{A}}) \left( X^{(1)} + \frac{\hat{B}}{\hat{A}} \right) \end{aligned} \quad (12)$$

## 2 改进初值和背景值的MGM(1,n)优化模型

### 2.1 MGM(1,n)模型初值优化

到 $X^{(1)}(1)$ 无法利用新信息,不符合灰色系统理论中的新信息优先原则<sup>[12]</sup>,导致模型的预测精度不高。因此,本研究将 $X^{(1)}(i)$ 作为模型的初值,以平均相对残差最小化为目标,选取最合适初值,提高模型的预测精度。

将一次累加序列 $X^{(1)}(\theta)$ 记为模型初值,此时预测结果与原始数据的平均相对残差值最小。因此,当选取平均相对残差值最小时的向量作为初值时,即可得到的MGM(1,n)模型的优化初值 $Q$ 及时间响应拟合值,它们的表达式分别为:

$$Q = \sum_{i=1}^n \left[ \frac{\hat{X}^{(0)}(i)}{(1 - e^{\hat{A}})e^{\hat{A}(i-1)}} - \frac{\hat{B}}{\hat{A}} \right] \quad (13)$$

$$\hat{X}^{(1)}(\theta) = e^{\hat{A}(t-\theta)}(X^{(1)}(\theta) + \hat{A}^{-1}\hat{B}) - \hat{A}^{-1}\hat{B} \quad (14)$$

### 2.2 MGM(1,n)模型背景值的优化

传统灰色预测模型认为在较短的时间间隔 $\Delta t$ 内,观测数据不会出现突变。因此,常常选取紧邻均值序列背景值的平均值作为背景值,如式(6)所示。但在实际工程中,某些结构体的变形(如路基、边坡的沉降)在极短的时间间隔 $\Delta t$ 内也存在突变的可能,且这些变形过程可能并不是匀速进行的。因此,从变形发生的实际规律出发,添加背景值系数 $\alpha$ ,优化背景值构造方式。其具体表达式为:

$$\begin{aligned} z_i^{(1)}(k) &= \alpha x_i^{(1)}(k) + (1 - \alpha)x_i^{(1)}(k-1) \\ (i=1, 2, \cdots, n; k=2, 3, \cdots, m) \end{aligned} \quad (15)$$

其中, $\alpha$ 的取值范围为 $[0, 1]$ 。以平均相对残差最小化为目标,采用搜索法(精度为0.001),寻找平均相对残差 $\bar{\xi}_k$ 取得最小值时所对应的 $\alpha$ 值,即为最佳背景值系数,如式(16)~(17)所示。

$$\bar{\xi}_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \varepsilon_i(k) (i = 1, 2, \dots, n; k = 2, 3, \dots, m) \quad (16)$$

$$\alpha = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{\hat{x}_i^{(0)} - x_i^{(0)}}{x_i^{(0)}} \right| (\alpha = \min \{\alpha\}, i = 1, 2, \dots, n) \quad (17)$$

考虑改进初值和背景值优化后的MGM(1,  $n$ )模型, 监测数据序列预测值步骤为:

- 1) 输入原始实测数据  $\hat{x}_i^{(0)}(k)$ ;
- 2) 利用三次样条插值法, 获得  $n$  组等时距数据  $x_i^{(0)}(k)$ ;
- 3) 求数列  $x_i^{(0)}(k)$  的一次累加数列  $x_i^{(1)}(k)$ ;
- 4) 确定最优初值  $x_i^{(1)}(\theta)$ ;
- 5) 根据最优初值  $x_i^{(1)}(\theta)$ , 采用搜索法确定最优背景值系数  $\alpha$ , 并根据式(13)计算最优背景值;
- 6) 将最优背景值代入式(7)可得  $\hat{A}, \hat{B}$ ;
- 7) 根据式(12)~(11)求出预测值  $\hat{X}^{(0)}$ 。

### 2.3 预测模型精度检验

预测模型的精度可通过平均相对残差  $\bar{\xi}_k$ 、平均绝对误差百分比  $e_{\text{mape}}$ 、后验差比值  $C$  及小误差概率  $P$  四个指标进行评价。

- 1) 相对残差  $\varepsilon_i(k)$ , 其表达式为:

$$\varepsilon_i(k) = \left| \frac{x_i^{(0)}(k) - \hat{x}_i^{(1)}(k)}{x_i^{(0)}(k)} \right| \times 100\% \quad (18)$$

- 2)  $n$  为原始数据的总量, 平均绝对误差百分比  $e_{\text{mape}}$  的表达式为:

$$e_{\text{mape}} = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n \frac{\varepsilon_i(k)}{x_i^{(0)}(k)} \quad (19)$$

- 3)  $S_{2_i}, S_{1_i}$  分别为原始序列和残差序列的标准差,  $\bar{X}_i, \bar{E}_i$  分别为观测数据和相对残差的平均值, 则后验差比值  $C$  的表达式为:

$$C_i = \frac{S_{2_i}}{S_{1_i}} (i = 1, 2, \dots, n) \quad (20)$$

$$S_{1_i} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n [x_i^{(0)}(k) - \bar{X}_i]^2}, \quad \bar{X}_i = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_i^{(0)}(k) (i = 1, 2, \dots, n) \quad (21)$$

$$S_{2_i} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{k=2}^n [\varepsilon_i(k) - \bar{E}_i]^2}, \quad \bar{E}_i = \frac{1}{n-1} \sum_{k=2}^n \varepsilon_i(k) (i = 1, 2, \dots, n) \quad (22)$$

- 4) 误差小概率  $P$ , 其表达式为:

$$P_i = P \left\{ |\varepsilon_i(k) - \bar{E}_i| < 0.674 5 S_{1_i} \right\} \quad (23)$$

其中, 0.674 5 为正态分布中落在区域内的对应值。

根据这4个指标, 可将模型精度划分为4个等级<sup>[13]</sup>, 见表1。

表1 模型精度等级

Table 1 Model accuracy level

精度等级	平均相对残差 $\varepsilon$	平均绝对误差百分比 $e_{\text{mape}}$	后验差比值 $C$	小误差概率 $P$
1级	(0, 1]	(0, 5]	(0, 0.35]	[1.00, 0.95]
2级	(1, 5]	(5, 10]	(0.35, 0.50]	(0.80, 0.95]
3级	(5, 10]	(10, 20]	(0.50, 0.65]	(0.70, 0.80]
4级	(10, 20]	(20, +∞)	(0.65, +∞)	[0, 0.70]

## 3 工程实例

### 3.1 基础数据

本研究以广东省中山市西环高速公路二期A段某路段为实例, 采集其边坡原始数据, 并对其建模, 验证该模型的有效性和精度。此路段全长180 m, 属于高路堑边坡, 沿线多为风化石, 土质状况较差。采用全站仪监测各位移监测点的坐标和高程, 以获得边坡原始数据。根据该段坡高、坡长及岩土体情况, 从挖方边坡最高处开始, 在边坡两侧沿路线方向每隔30~50 m布设监测断面, 每个断面布置不同数量测点。

在断面设置A、B、C 3个监测点, 取这3个监测点在111~360 d内的实测数据为原始数据序列, 分别建立传统MGM(1, 3)模型、GM(1, 1)模型和本研究所提出的优化MGM(1, 3)模型。通过比较不同模型对该断面的边坡沉降变形预测结果, 验证该模型可靠性。原始数据见表2。

以14 d为1个监测周期, 利用文献[14]的方法将原始数据进行等时距处理(保留两位小数), 获得共计12个周期的累计沉降数据序列。用前8组数据建立预测模型, 后4组数据用于模型校验。等时距处理后的数据见表3。



表 2 原始边坡沉降数据

Table 2 Original slope settlement data							
天数/d	原始沉降值/mm			天数/d	原始沉降值/mm		
	A点	B点	C点		A点	B点	C点
111	23.3	9.1	7.9	171	20.3	11.1	8.9
117	19.3	12.1	10.9	178	21.3	10.1	8.9
125	21.3	7.1	9.9	208	22.3	9.1	9.9
131	23.3	7.1	6.9	239	21.3	10.1	10.9
139	17.3	13.1	7.9	270	21.3	12.1	10.9
147	20.3	9.1	6.9	284	22.3	10.1	9.9
151	20.3	8.1	4.9	309	20.3	12.1	9.9
158	20.3	10.1	5.9	333	19.3	6.1	6.9
165	19.3	9.1	6.9	360	22.3	11.1	8.9

表 3 等时距处理的边坡沉降量

Table 3 Slope settlement treated with isochronous interval							
序号	沉降值/mm			序号	沉降值/mm		
	A点	B点	C点		A点	B点	C点
1	21.9	13.1	9.3	7	22.3	12.2	10.0
2	17.2	9.2	8.1	8	21.9	11.4	9.6
3	20.3	11.9	9.9	9	20.9	9.6	8.2
4	19.6	10.0	8.9	10	21.1	10.4	8.9
5	21.7	11.6	9.7	11	21.3	10.8	9.1
6	22.3	12.4	10.0	12	22.1	11.5	10.1

3.2 最优初值选取

以表 3 中第 1~8 组数据为初值,建立传统 MGM(1,3)模型,并计算 8 组数据下模型的计算值与实际监测值之间的平均相对残差 $\bar{\xi}_k$ ,结果见表 4。

表 4 各初值与 $\bar{\xi}_k$ 间的对应关系

Table 4 The corresponding relationship between each initial value and  $\bar{\xi}_k$

原始 序列	初值							
	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$	$a_7$	$a_8$
A点	1.51	1.45	1.47	1.49	1.60	1.60	1.47	1.48
B点	2.20	1.66	2.18	1.84	1.88	2.01	1.91	1.90
C点	2.05	1.75	1.83	1.77	1.91	2.02	2.07	2.09

由表 4 可知,当选取 $a_2$ 作为 MGM(1,3)模型初值时,各监测点的平均相对残差均为各组最小,平均相对残差分别为 1.45%、1.66%、1.75%。因此,本算例选取 $a_2$ 作为优化 MGM(1,3)模型的初值。

3.3 最优背景值系数 $a$ 的选取

以第 2 组数据 $a_2$ 为初值,按式(13)构造背景值,建立优化的 MGM(1,3)模型,对这 8 组数据进行拟合。在 $[0,1]$ 内以 0.001 为步长,逐次计算模型模拟值与实际监测值之间的平均相对残差、背景值系数 $a$ 、拟合结果平均相对残差。三者的关系如图 1 所示。从图 1 可看出,当 $a$ 取值分别为 0.54、0.51、0.49 时,A、B、C 三监测点拟合结果的平均相对残差最小。

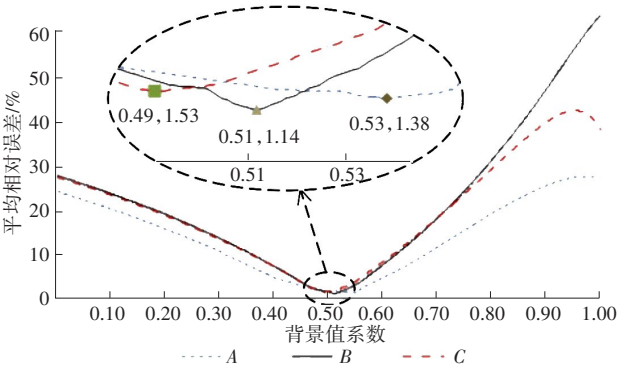


图 1 各监测点背景值系数与拟合结果平均相对残差关系  
Fig. 1 The relationship between the background coefficient of each monitoring point and the mean relative residual of the fitting results

3.4 不同模型预测结果对比

以前 8 组数据为原始数据、第 2 组数据为模型初值,以及各点最优背景值系数 $a$ 建立优化 MGM(1,3)模型,同时采用相同的原始数据建立传统 MGM(1,3)模型与 GM(1,1)模型。3 个模型均向后预测 4 组数据,并与原始预测数据进行比较,不同模型对 A、B、C 三点的模拟及预测结果分别见表 5~7。采用 $\bar{\xi}_k$ 、 $e_{\text{mape}}$ 、 $C$ 及 $P$ 四个指标对模型精度进行检验,结果分别如图 2~4 所示。

表5 A点处各模型预测结果

Table 5 Prediction results of each model at point A

序号	实测值/ mm	优化MGM(1,3)模型			传统MGM(1,3)模型			GM(1,1)模型		
		模拟结果/ mm	预测结果/ mm	相对残差/ %	模拟结果/ mm	预测结果/ mm	相对残差/ %	模拟结果/ mm	预测结果/ mm	相对残差/ %
1	21.95	21.95		0.00	21.94		0.00	21.95		0.00
2	17.20	16.58		3.58	16.73		2.76	18.67		8.54
3	20.30	20.88		2.82	20.95		3.18	19.32		4.83
4	19.64	19.64		0.02	19.49		0.79	20.00		1.82
5	21.65	21.28		1.71	21.11		2.54	20.70		4.40
6	22.29	22.41		0.51	22.39		0.44	21.43		3.90
7	22.27	22.60		1.48	22.66		1.74	22.18		0.41
8	21.88	21.67		0.95	21.75		0.59	22.95		4.92
9	20.90		20.89	0.09		21.51	2.88		23.76	13.65
10	21.06		21.13	0.30		21.79	3.43		24.59	16.73
11	21.34		21.23	0.53		22.07	3.44		25.45	19.27
12	22.11		21.92	0.85		22.36	1.13		26.34	19.12

表6 B点处各模型预测结果

Table 6 Prediction results of each model at point B

序号	实测值/ mm	优化MGM(1,3)模型			传统MGM(1,3)模型			GM(1,1)模型		
		模拟结果/ mm	预测结果/ mm	相对残差/ %	模拟结果/ mm	预测结果/ mm	相对残差/ %	模拟结果/ mm	预测结果/ mm	相对残差/ %
1	13.12	13.12		0.00	13.12		0.00	13.12		0.00
2	9.22	9.21		0.11	8.73		5.24	10.30		11.70
3	11.92	11.59		2.82	11.68		2.06	10.60		11.08
4	10.02	10.10		0.80	10.31		2.86	10.92		8.96
5	11.60	12.00		3.47	12.08		4.15	11.25		3.06
6	12.48	12.51		0.23	12.56		0.63	11.58		7.19
7	12.18	11.98		1.63	12.04		1.11	11.93		2.07
8	11.43	11.42		0.06	11.26		1.50	12.28		7.47
9	9.63		9.30	3.42		11.07	14.91		12.85	33.38
10	10.41		10.33	0.78		11.10	6.61		13.03	25.15
11	10.81		10.82	0.03		11.12	2.88		13.42	24.07
12	11.48		12.34	7.52		11.15	2.85		13.62	18.63

表7 C点处各模型预测结果

Table 7 Prediction results of each model at point C

序号	实测值/ mm	优化MGM(1,3)模型			传统MGM(1,3)模型			GM(1,1)模型		
		模拟结果/ mm	预测结果/ mm	相对残差/ %	模拟结果/ mm	预测结果/ mm	相对残差/ %	模拟结果/ mm	预测结果/ mm	相对残差/ %
1	9.34	9.34		0.00	9.34		0.00	9.34		0.00
2	8.05	8.21		1.93	8.50		5.55	8.83		9.71
3	9.86	9.84		0.04	9.64		2.17	9.03		8.39
4	8.93	8.57		4.02	8.65		3.16	9.23		3.38
5	9.66	9.25		4.21	9.52		1.47	9.44		2.33
6	10.02	9.91		1.09	9.94		0.79	9.65		3.75
7	10.02	10.04		0.22	9.99		0.36	9.86		1.63
8	9.57	9.65		0.81	9.85		2.93	10.08		5.32
9	8.22		8.43	2.64		8.21	0.09		10.30	25.39
10	8.88		8.98	1.20		9.39	5.79		10.53	18.65
11	9.11		9.21	1.04		9.97	9.39		10.77	18.15
12	10.11		9.69	4.22		10.66	5.42		11.00	8.81

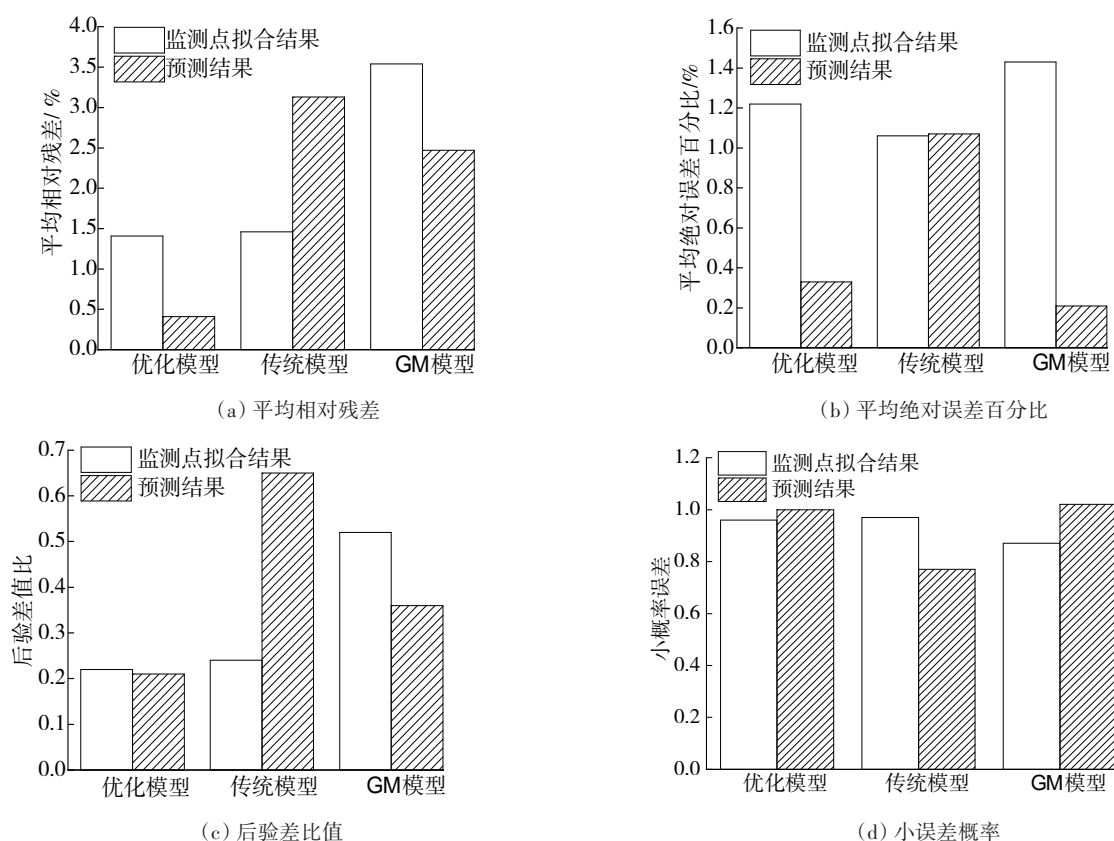


图2 监测点A的拟合、预测结果及检验指标

Fig. 2 Test index of fitting and prediction results at A point

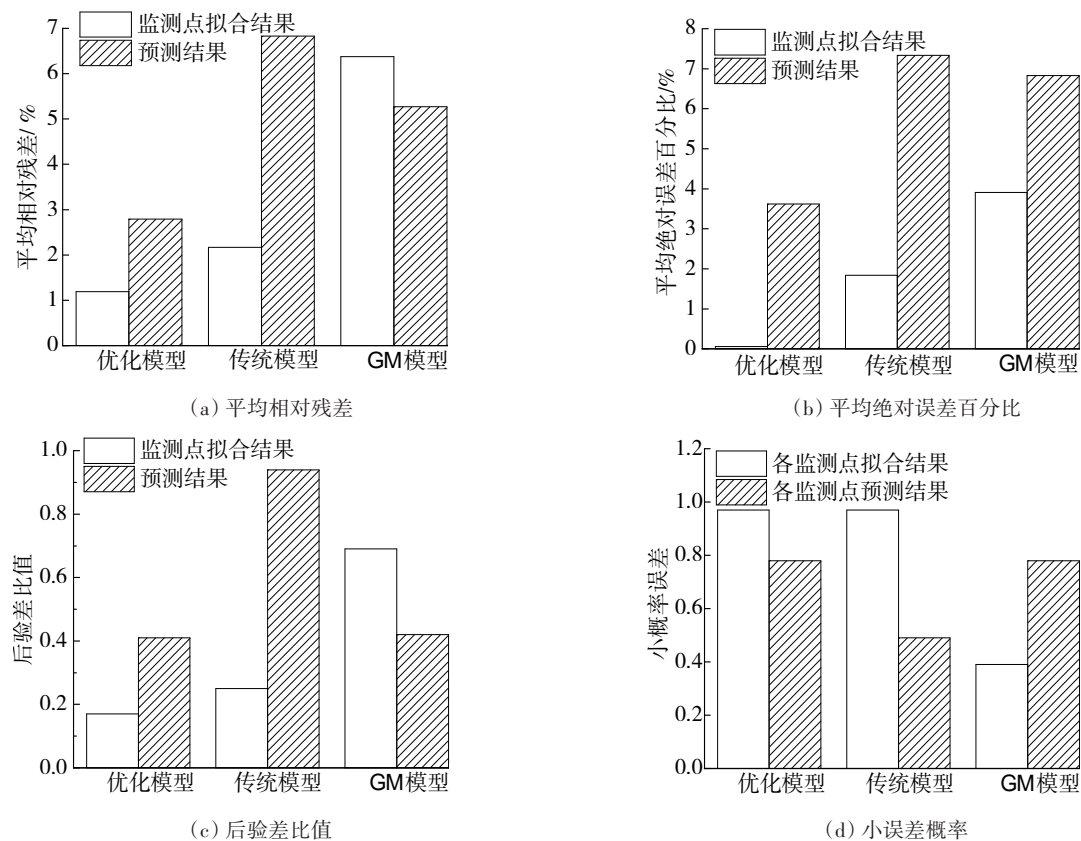


图3 监测点B的拟合、预测结果及检验指标

Fig. 3 Test index of fitting and prediction results at B point

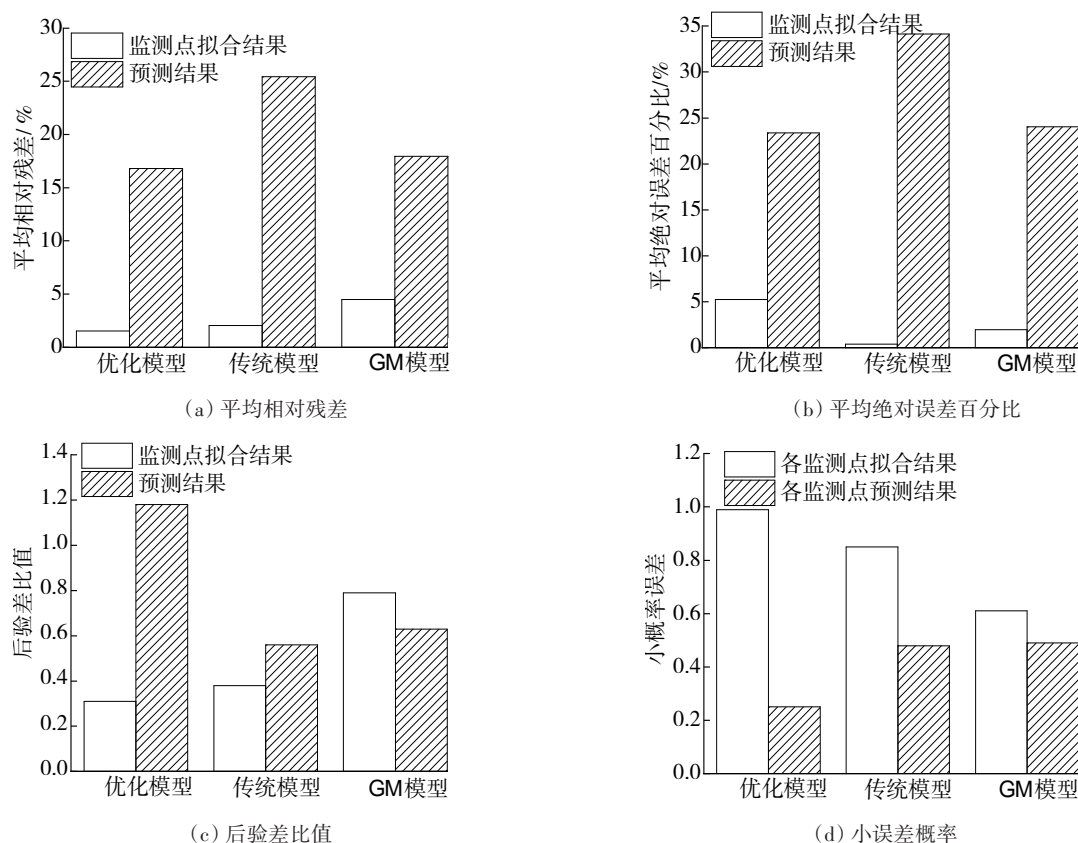


图4 监测点C的拟合、预测结果及检验指标

Fig. 4 Test index of fitting and prediction results at C point

从图2~4的拟合结果可以看出,在4个指标评价体系中,和传统MGM(1,3)模型和GM(1,1)模型相比,优化MGM(1,3)模型的拟合精度最高。由表1可知,优化MGM(1,3)模型的平均相对残差的精度等级为2级,其余3个指标的精度等级均为1级。传统MGM(1,3)模型4个指标的精度等级虽均为1~2级,但2级的指标更多。GM(1,1)模型除 $e_{\text{map}}$ 指标的精度等级为1级外,其余指标的精度等级基本为3~4级,拟合精度最低。

从图2~4的预测结果还可以看出,本文提出的优化MGM(1,3)模型在各点预测结果的4个指标的精度等级均为1~2级,且大多数为1级,预测准确性最好。传统MGM(1,3)模型预测指标的精度等级大部分为2~3级,且大多为2级,预测精度一般。而GM(1,1)模型预测结果的4个指标的精度等级均接近4级,预测结果与实际值偏差较大。

因此,不论是拟合还是预测,优化MGM(1,3)模型的指标精度等级大部分都可达到1级,远远优于GM(1,1)模型和传统MGM(1,3)模型的,在实际工程中采用该模型可获得更好的预测结果。

## 4 结论

1) 本研究分析了传统MGM(1,n)模型在初值选取及背景值计算这两方面可能产生误差的原因,提出了更合适的初值选择及背景值构造方法,建立了优化MGM(1,n)模型。该模型在考虑各变量间相互关联、相互影响的基础上,充分利用新信息,减小因背景值选取不当而产生的误差,提高了模型的预测精度。

2) 工程实例计算结果表明:优化MGM(1,3)模型的精度和可靠性均优于传统MGM(1,3)模型和GM(1,1)模型的,在边坡的沉降预测方面有较好的应用前景,可为类似工程实践提供参考。

3) 该优化MGM(1,3)模型预测结果的各项检测指标的精度等级并未全部达到1级标准。这表明本研究提出的优化的MGM(1,n)模型在精度方面仍有待进一步提升。同时,因该实例的各监测点之间的空间联系较强,故采用该模型得到了较好的预测结果。但在实际边坡监测中,各监测点之间的



空间联系更为复杂,该模型是否适用仍有待深入分析和验证,这也是今后工作的方向之一。

### 参考文献(Reference):

- [1] 李克钢,张重庆.基于时间序列的神经网络建模及边坡位移预测[J].地下空间与工程学报,2009,5(S1):1418-1421.  
LI Kegang, ZHANG Chongqing. Neural network modeling and slope displacement prediction based on time series [J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2009, 5(S1): 1418-1421.
- [2] 李建新,刘小生,肖钢,等.基于PSR-WSVM模型的边坡位移预测[J].大地测量与地球动力学,2020,40(6):577-580.  
LI Jianxin, LIU Xiaosheng, XIAO Gang, et al. Slope displacement prediction based on PSR-WSVM model [J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2020, 40(6): 577-580.
- [3] 罗亦泳,姚宜斌,王亚.基于MRVM的多输出边坡变形预测模型[J].大地测量与地球动力学,2017,37(12):1239-1242.  
LUO Yiyong, YAO Yibin, WANG Ya. Multi output slope deformation model based on multi-output relevance vector machine [J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2017, 37(12): 1239-1242.
- [4] XING H F, ZHANG H, LIU L L, et al. Comprehensive monitoring of talus slope deformation and displacement back analysis of mechanical parameters based on back-propagation neural network [J]. Landslides, 2021, 18(5): 1889-1907.
- [5] LI L, QIANG Y, LI S H, et al. Research on slope deformation prediction based on fractional-order calculus gray model [J]. Advances in Civil Engineering, 2018, 2018:1-9.
- [6] 葛琦,汪东飞,孙红月,等.基于动态空间面板模型的填方路基边坡坡面位移预测[J].工程地质学报,2019,27(2):367-375.  
GE Qi, WANG Dongfei, SUN Hongyue, et al. Displacement prediction of filling road bed slope surface based on dynamic spatial panels model [J]. Journal of Engineering Geology, 2019, 27(2): 367-375.
- [7] 张春辉,张志斌,尹利华,等.一种基于改进粒子群神经网络的路基沉降预测模型[J].中外公路,2020,40(S1):110-113.  
ZHANG Chunhui, ZHANG Zhibin, YIN Lihua, et al. An improved particle swarm neural network based roadbed settlement prediction model [J]. Journal of China & Foreign Highway, 2020, 40(S1): 110-113.
- [8] 赵领娣,王海霞.基于初始条件优化的非等间距多变量灰色预测模型研究[J].模糊系统与数学,2019,33(1):136-142.  
ZHAO Lingdi, WANG Haixia. The optimization of non-equidistant multi-variable grey prediction model based on initial value [J]. Fuzzy Systems and Mathematics, 2019, 33(1): 136-142.
- [9] 谢宇航,赵健,郭昕,等.组合预测模型在路基沉降中的应用研究[J].交通科学与工程,2019,35(4):28-33.  
XIE Yuhang, ZHAO Jian, GUO Xin, et al. Research on combination forecasting model in subgrade settlement [J]. Journal of Transport Science and Engineering, 2019, 35(4): 28-33.
- [10] 唐超,陈妍颖,李庶林,等.基于自适应变异粒子群算法改进OGM(1,N)及其在排土场变形预测中的应用[J].岩石力学与工程学报,2020,39(S1):3197-3205.  
TANG Chao, CHEN Yanying, LI Shulin, et al. The application of improved OGM (1, N) in waste dump deformation prediction based on adaptive particle mutation swarm optimization [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2020, 39(S1): 3197-3205.
- [11] 郭云开,朱禄宏,熊旭平,等.灰色模型结合神经网络预测高速公路路基沉降[J].长沙理工大学学报(自然科学版),2016,13(3):19-24.  
GUO Yunkai, ZHU Luhong, XIONG Xuping, et al. Grey model combines neural network to predict highway subgrade settlement [J]. Journal of Changsha University of Science & Technology (Natural Science), 2016, 13(3): 19-24.
- [12] 武艳强,黄立人.时间序列处理的新插值方法[J].大地测量与地球动力学,2004(4):43-47.  
WU Yanqiang, HUANG Liren. A new interpolation method in time series analyzing [J]. Crustal Deformation and Earthquake, 2004, 2004(4): 43-47.
- [13] 夏卫国,米传民,刘思峰,等.基于初值改进的多变量MGM(1,m)模型研究[J].中国管理科学,2013,21(S1):81-85.  
XIA Weiguo, MI Chuanmin, LIU Sifeng, et al. The study on the improved multiple variable MGM (1, m) model based on improving the initial value [J]. Chinese Journal of Management Science, 2013, 21(S1): 81-85.
- [14] 傅家俊,尹泉,傅鹤林,等.基于优化的灰色离散Verhulst新陈代谢模型的基坑沉降预测[J].公路工程,2019,44(02):19-22,120.  
FU Jiajun, YIN Quan, FU Helin, et al. Settlement prediction of foundation pit based on optimized grey discrete verhulst metabolic model [J]. Highway Engineering, 2019, 44(2): 19-22, 120.

(责任编辑:李脉;校对:罗容;英文编辑:李岳林)