

DOI:10.16544/j.cnki.cn43-1494/u.20211120001

文章编号:1674-599X(2023)03-0084-06

引用格式:蒋涛应,唐炳根,陈得良.转体桥球铰倾覆力矩及摩擦系数计算优化[J].交通科学与工程,2023,39(3):84-89,117.

Citation: JIANG Taoying, TANG Binggen, CHEN Deliang. Optimization of overturning moment and friction coefficient calculation of spherical hinge of rotating bridge[J]. J. Transp. Sci. Eng., 2023, 39(3): 84-89, 117.

转体桥球铰倾覆力矩及摩擦系数计算优化

蒋涛应¹,唐炳根²,陈得良¹

(1.长沙理工大学 土木工程学院,湖南 长沙 410114;2.中铁二十四局福建分公司,福建 福州 350000)

摘 要:桥梁转体施工技术是桥梁施工中的重要方法,由于桥梁转体时吨位较大,其摩擦力的计算尤为重要。为解决常规计算方法计算出的球铰摩擦系数与现场试验结果有较大差异的问题。该研究基于接触理论建立球铰接触面应力分布有限元模型,先采用称重试验获得竖向摩阻力矩,再通过计算竖向摩阻力矩求解摩擦系数。将模拟结果与常规方法的计算结果及现场实际牵引力反算的实际值进行对比分析。研究表明:在计算球铰表面应力及预测球铰静摩擦系数时,本研究提出的改进优化计算较常规计算方法更有优势,可为桥梁转体施工摩擦系数的计算提供参考。

关键词:转体桥梁球铰;倾覆力矩;静摩擦系数;接触理论

中图分类号:U24

文献标志码:A

Optimization of overturning moment and friction coefficient calculation of spherical hinge of rotating bridge

JIANG Taoying¹, TANG Binggen², CHEN Deliang¹

(1.School of Civil Engineering, Changsha University of Science & Technology, Changsha 410114, China;

2.China Railway 24th Fujian Branch, FuZhou 350000, China)

Abstract: Rotating construction is an important method in bridge construction, and the calculation of friction force is particularly important for large tonnage rotating bridge. However there is a big difference between the calculate results based on the existing conventional method and the field test results. Therefore, the accurate calculation of friction force needs to be improved. In this paper, the moment of vertical friction resistance is obtained by weighing experiment, and a new stress distribution model of spherical hinge contact surface is proposed based on contact theory. The formula for calculating the moment of vertical friction resistance is established, and then the friction coefficient is obtained. The results are compared with those obtained by conventional method and actual traction force. The results show that the improved optimization formula proposed in this paper is superior to the conventional formula widely used in calculating the surface stress and predicting the static friction coefficient of spherical joints.

Key words: spherical hinge; overturning moment; static friction coefficient; contact theory

转体桥梁施工法具有跨越能力强,可确保桥梁施工的合理性、安全性与可操作性等优点,得到了广泛使用^[1-2]。在桥梁转体施工过程中,球铰承载全桥重力。因此,旋转过程是整个桥梁施工中最关键

的环节。若旋转过程中系统抗倾覆能力不够会导致整体桥梁的倾覆^[3-4]。LIANG等^[5]将半空间接触模型理论与有限元仿真相结合,对球面铰链接触面静摩擦系数进行了优化,减少其计算结果与实际值

收稿日期:2021-11-20

作者简介:蒋涛应(1996—),男,长沙理工大学硕士生。

的误差。LIU等^[6]在准确预测接触应力的基础上,提出了非Hertz接触模型来描述倾覆力矩阻力的计算方法,且证明了基于新公式的倾覆力矩阻力预测临界倾覆力矩是可靠的,保证了旋转过程的安全性。郭亚娟等^[7]以平面铰链为对象,研究了钢板覆盖混凝土转台的动态行为,发现转台混凝土底板受力分布不均匀,外部钢板不仅起到了减小摩擦传递压力的作用,还起到了平衡力的作用。AZADBAKHT等^[8]研究了海啸荷载引起的倾覆力矩,提出了一种新的设计方案,计算了最大水平力、垂直力和倾覆力矩。CAI等^[9]建立了二维流固耦合模型,并利用试验数据进行了验证,揭示了负倾覆力矩的意义。这些研究结果表明了转体桥球铰摩擦系数与倾覆力矩的重要性,而现有的转动球铰表面应力的研究及摩擦系数计算结果与实际工程的实测结果仍有较大差异,针对转动球铰的表面应力分布情况及摩擦系数的计算不够精确的情况,亟待进一步改进。因此,本研究拟针对球铰表面应力分布情况进行优化,使球铰摩擦系数及抗倾覆力矩的计算结果更符合工程实际情况,为桥梁转体施工摩擦系数及抗倾覆力矩的计算提供更为精准和可靠的方法。

1 工程背景

本研究以常益长高速铁路宁乡站特大转体桥为研究背景。该桥35#、36#桥梁旋转重量为8 564 t。旋转球铰采用C50混凝土复合球铰,体系球铰实际承载力为11 000 t。球形铰链采用Q235钢。弹性模量 E 为210 GPa,泊松比 ν 为0.3,上球面铰链半径 R_1 为8.02 m,面直径 D_1 为3.50 m,下球面铰链半径 R_2 为8.00 m,平面直径 D_2 为3.50 m,千斤顶与球面铰链中心的距离 L 为4.45 m。其具体结构示意图如图1所示。

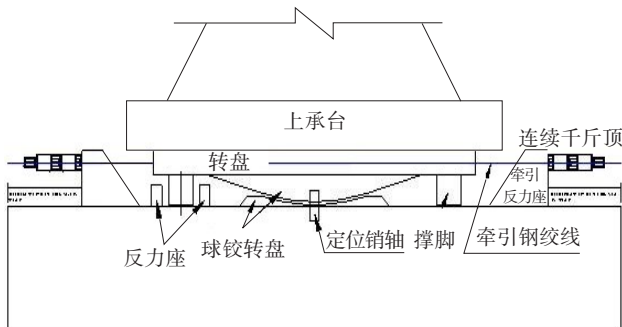


图1 混凝土球面铰结构

Fig. 1 Concrete spherical hinge structure

2 不平衡称重实验

测试桥梁不平衡力矩常采用测试梁体位移突变的方式进行,将整个梁体的平衡表现分为两种形式:

1) 梁体球铰摩阻力矩 M_z 大于梁体不平衡力矩 M_G 。当梁体重心偏向较小里程时,在大里程承台施加顶升力 P_1 ,分级加载,并记录小里程侧梁体位移,直到位移发生突变。则:

$$P_1 \times L_1 + M_G = M_z \quad (1)$$

再在小里程侧施加顶升力 P_2 ,并记录大里程侧梁体位移,直至出现突变的瞬间,认为此时球铰处于平衡状态。则:

$$P_2 \times L_2 = M_G + M_z \quad (2)$$

其不平衡力矩 M_G 与球铰的摩阻力矩 M_z 的表达式分别为:

$$M_z = \frac{P_2 L_2 + P_1 L_1}{2} \quad (3)$$

$$M_G = \frac{P_2 L_2 - P_1 L_1}{2} \quad (4)$$

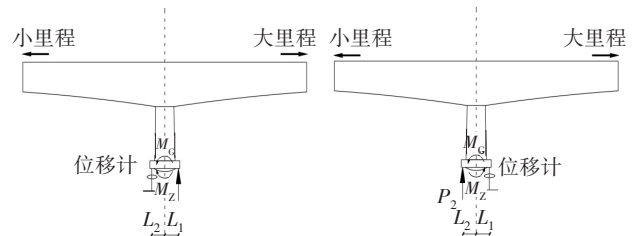


图2 称重原理球铰摩擦力矩小于转体不平衡力矩

Fig. 2 Weighing principle The friction moment of ball hinge is less than the unbalance moment of rotating body

2) 当梁体球铰摩阻力矩 M_z 小于梁体不平衡力矩 M_G 时,梁体发生绕球铰的转动,直到撑脚参与受力才平衡,此时平衡体系由球铰摩阻力矩、梁体不平衡力矩和撑脚对球铰中心的力矩共同构成。假设梁体重心偏向小里程,则只能在小里程侧承台施加顶升力 P_2 。 P_2 由式(2)计算得到。当顶升力施加到位(梁体位移发生突变)后,使千斤顶回落,设千斤顶回落过程中梁体位移突变时,力为 P'_2 。 P'_2 的表达式为:

$$P'_2 \times L_2 = M_G - M_z \quad (5)$$

其不平衡力矩 M_G 、球铰的磨阻力矩 M_z 的表达式分别为:

$$M_z = \frac{P_2 L_2 - P'_2 L_2}{2} \quad (6)$$

$$M_G = \frac{P_2 L_2 + P_2' L_2}{2} \quad (7)$$

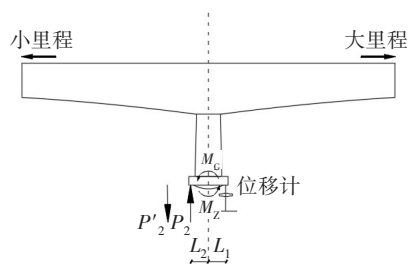


图3 称重原理:球铰摩擦力矩大于转体不平衡力矩

Fig. 3 Weighing principle: The friction moment of ball hinge is greater than the unbalance moment of rotating body

以36#墩为例,称重位移试验结果见表1~2和图4~5。

表1 36#墩大里程纵向顶升称重试验数据

Table 1 Experimental data of longitudinal jacking weighing at large mileage of pier 36#

| 荷载/kN | 位移增量 均值/mm | 位移增量/荷载的梯度 均值/(10^{-4} mm·kN $^{-1}$) |
|---------|---------------|--|
| 220.7 | 0.000 | 0.00 |
| 394.2 | 0.010 | 0.58 |
| 593.7 | 0.015 | 0.75 |
| 781.2 | 0.015 | 0.80 |
| 987.8 | 0.050 | 2.42 |
| 1 191.2 | 0.050 | 2.46 |
| 1 312.0 | 1.350 | 11.18 |

表2 36#墩小里程纵向顶升称重试验数据

Table 2 experimental data of 36# pier longitudinal jacking weighing with small mileage

| 荷载/kN | 位移增量 均值/mm | 位移增量/荷载的梯度 均值/(10^{-4} mm·kN $^{-1}$) |
|---------|---------------|--|
| 191.7 | 0.010 | 0.52 |
| 591.7 | 0.040 | 2.03 |
| 1 004.9 | 0.040 | 1.91 |
| 1 407.8 | 0.040 | 1.94 |
| 1 081.7 | 0.045 | 2.13 |
| 2 212.0 | 0.050 | 2.14 |
| 2 610.8 | 0.055 | 2.42 |
| 2 984.8 | 0.050 | 2.58 |
| 3 384.1 | 0.050 | 2.83 |
| 3 784.8 | 0.210 | 10.97 |
| 3 950.9 | 1.025 | 61.71 |

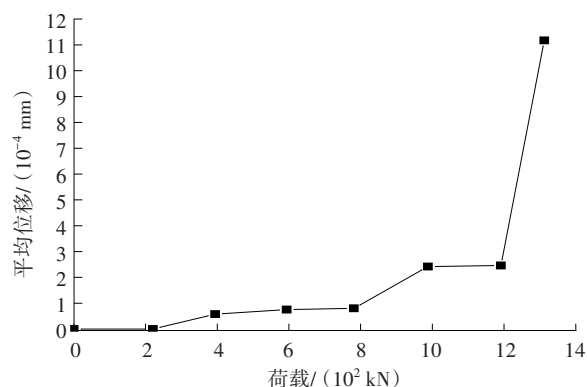


图4 大里程侧荷载-平均位移曲线

Fig. 4 Load-displacement curve of large mileage side

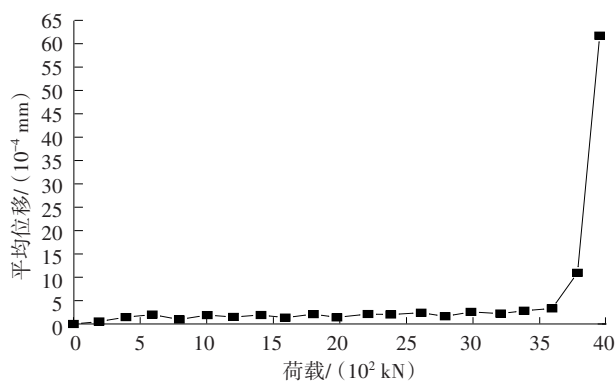


图5 小里程侧荷载-平均位移曲线

Fig. 5 Load-displacement curve of small mileage side

从图4~5中可以看出,不平衡力矩小于静摩擦力矩。逐级等幅加载条件下的荷载-位移变化为:当大里程侧荷载大于1 191.2 kN时,荷载-平均位移曲线突变。当小里程侧荷载大于3 593.3 kN时,荷载-平均位移曲线突变。结果表明: $P_1=1 191.2$ kN, $P_2=3 593.3$ kN时,球铰处于克服静摩擦力的临界状态。由式(1)计算可得, $M_{z_{实测}}=10 645.51$ kN·m。

3 摩擦系数计算

3.1 常规方法

在常规计算方法中,假定球铰的表面应力为均匀分布,将球面节点的应力简化为平均分布,为便于计算实际施工过程中的接触应力,在计算球铰摩擦力矩时,因梁体球铰是沿梁轴竖直平面发生转动,所以总摩擦力矩等于摩擦面上每个微小面积对过球铰中心竖向法线的摩擦力矩之和。

在图6中, O 为球铰转盘球心, R 为球铰球面半径, OZ 为过球铰转盘中心竖向法线,也是桥梁中心线, OX 为横桥向, OY 为纵桥向。取球铰上 A 点, θ 为

点A与球铰转盘中心线OZ的夹角, θ 的范围在 $[0, \alpha]$ 。当A点处于球铰边缘时 $\theta=\alpha$, β 为A点与横桥向OX轴的夹角。

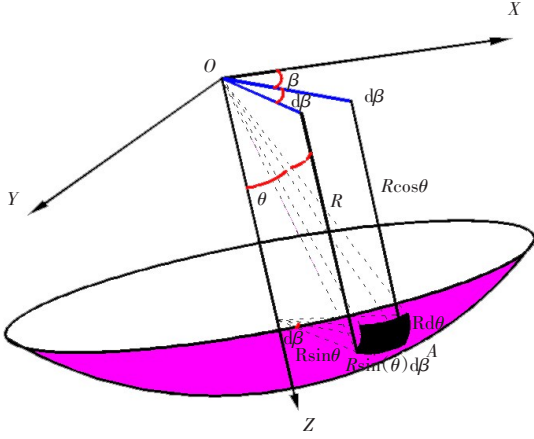


图6 转体球铰绕Z轴转动摩擦力矩计算示意

Fig. 6 Schematic diagram of calculating friction moment of rotating spherical hinge around Z axis

设A点微元面积为 ds ,将凹体微元视作矩形分析,由图6中的几何关系可得,矩形长宽分别为 $R \sin \theta d\beta$ 、 $R d\theta$ 。则微元面积:

$$ds = R^2 \sin(\theta) d\theta d\beta \quad (7)$$

设 σ_n 表示每个微元上的法向压应力,每个微元上的摩擦力 F 为:

$$dF = \mu_z \sigma_n ds \quad (8)$$

按照规范算法,竖向法向应力 σ 服从平均分布,则有^[10]:

$$\sigma_{\text{平均}} = \frac{N}{\pi R^2 \sin^2 \alpha} \quad (9)$$

法向压应力 σ_n 垂直于微元面,与竖向法线方向夹角为 θ ,则有:

$$\sigma_n = \sigma_{\text{平均}} \cos \theta = \frac{N \cos \theta}{\pi R^2 \sin^2 \alpha} \quad (10)$$

式中: N 为桥梁的总质量。

微元面上各点法线方向均垂直于Y轴,且到转轴OY距离相等,则微元到OY轴垂直距离即为摩擦力矩的力臂 L 为:

$$L = \sqrt{(R \sin \theta \cos \beta)^2 + (R \cos \theta)^2} d\theta d\beta \quad (11)$$

则微元的摩擦力矩为:

$$dM_z = \sqrt{(R \sin \theta \cos \beta)^2 + (R \cos \theta)^2} dF \quad (12)$$

对 M_z ,在球铰表面做积分,有常规计算式:

$$\begin{aligned} M_{z_{\text{常规}}} &= \mu_z \frac{RN}{\pi \sin^2 \alpha} \iint \cos \theta \sin \theta \sqrt{(\sin \theta \cos \beta)^2 + \cos^2 \theta} d\beta d\theta \\ &= \frac{2(1 - \cos^3 \alpha)}{3 \sin^2 \alpha} \mu_z NR \end{aligned} \quad (13)$$

式中: r 为球铰接触半径; α 为球铰平面最大角度。

球铰的抗倾覆系数 $K^{[11]}$ 为:

$$K = \frac{\text{临界倾覆力矩}}{\text{实际最大倾覆力矩}} \quad (14)$$

3.2 优化的摩擦系数计算方法

3.2.1 荷载分布优化

常规计算方法过于简单化应力分布,导致摩阻力矩的计算偏差较大,从既往工程经验可知,球铰表面应力总是随着距球铰中心距离的增大而增加^[12]。故本研究采用任意次旋转抛物面垂直荷载的表达式,其形式为^[13]:

$$\sigma(r) = \begin{cases} m \sigma_{\text{平均}} (1 - \frac{r^2}{a^2})^{m-1}, & r < a \\ 0, & r > a \end{cases} \quad (15)$$

式中: a 为球铰平面半径; m 为荷载类型系数。

几种常见荷载表达式都包含在这种轴对称垂直荷载表达式中,当 $m=1$ 时,其为圆形荷载;当 $m=1.5$ 时,其为半球形荷载,当 m 取不同数值时的表达式可转换为其他类型的荷载分布。对 m 的不同取值的对比如图7所示。

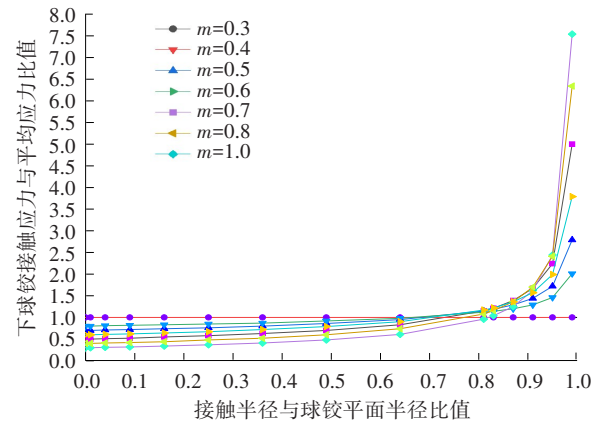


图7 不同 m 值对应应力分布模型

Fig. 7 Different m values correspond to stress distribution models

从图7可以看出, m 值越小对应接近球铰边缘的应力值越大。当 $m=0.6$ 时,边缘应力约为中心处4.0倍;当 $m=0.5$ 时,边缘应力约为中心处5.0倍;当 $m=0.4$ 时,边缘应力约为中心处6.5倍;当 $m=0.3$ 时,边缘应力约为中心应力的7.5倍。

3.2.2 竖向应力的有限元模拟

本研究以常益长高速铁路宁乡站特大转体桥为工程背景,采用ABAQUS建立球铰的有限元模型。球铰的所有部件均采用实体单元C3D8R。模型中采用“面-面接触”模拟上、下球铰之间的接触,切向摩擦系数为0.1,法向为“硬”接触。下球铰底面与下转盘顶面、上球铰顶面与圆锥台底面均通过刚性连接的方式进行连接。将该桥单幅总质量 N 换算为85 640 kN,将桥梁总质量转化为面荷载施加于桥墩处。加载方式采用逐步加载的方式,在下一个分析步将荷载全部施加。并对上、下球铰做网格划分,如图8所示。下球铰应力分布如图9所示

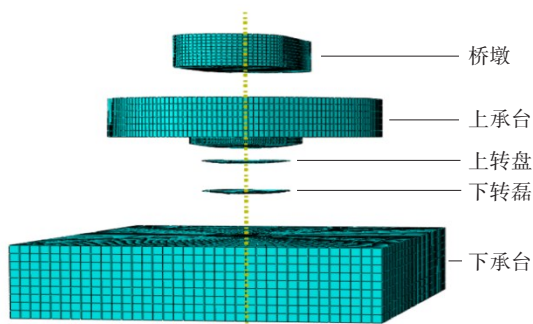


图8 转动体系有限元网格划分

Fig. 8 Finite element simulation of rotational system

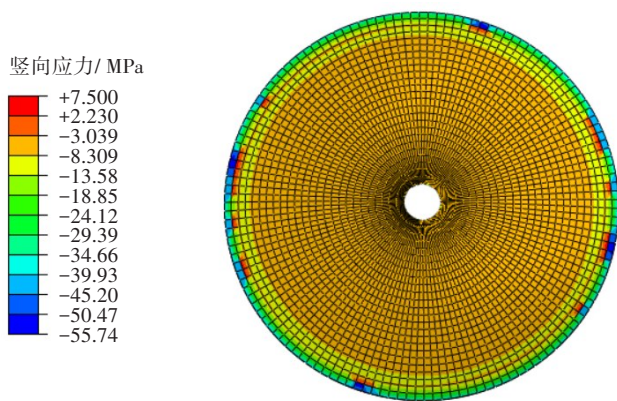


图9 下转盘竖向应力云图

Fig. 9 Vertical stress diagram of lower rotary table

根据有限元计算结果,下球铰竖向压应力分布从中间向边缘逐步增加,应力值主要集中在7~32 MPa。且部分单元出现应力集中现象,最大应力达到55.74 MPa。取球铰外边缘应力平均值为28.93 MPa,基于HERTZ基本接触理论,最大接触应力为^[14]:

$$\sigma_z = 0.388 \left[\frac{NE^2(R_1 + R_2)^2}{R_1^2 R_2^2} \right]^{1/3} = 27.24 \text{ MPa}$$

式中: R_1 为上球铰球面半径; R_2 为下球铰球面半径; E 为球铰弹性模量。

对于球铰最大接触应力,有限元值略大于理论计算值,这是由于理论计算基于半空间体的假设,采用有限元计算结构的尺寸大小有限,因此刚度较大,使得有限元计算结果比理论值大。

取下球铰接触面曲面上的纵桥向平均应力来分析其竖向应力沿半径方向的分布状态,并与 m 取0.6时的抛物面垂直荷载的表达式作对比,其中,圆点为有限元值,方块为理论值,如图10所示。

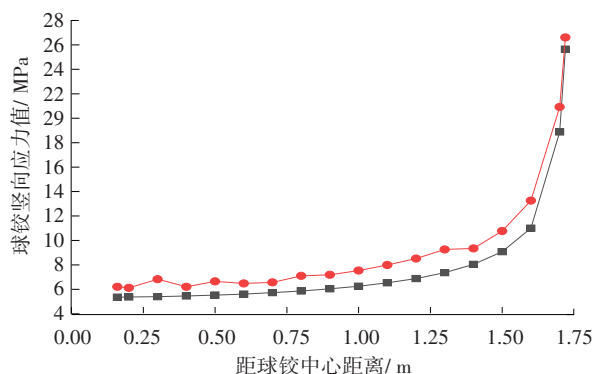


图10 应力与距球铰中心距离关系

Fig. 10 Relationship between stress and distance from spherical hinge center

从图10可以看出,垂直抛物线应力分布模型与有限元计算结果很接近,在实际工程中,球铰应力状态也为中心向边缘增大的分布模式,且边缘应力远大于中心应力,则取球铰垂直荷载计算式为:

$$\sigma(r) = \begin{cases} 0.6\sigma_{\text{平均}} \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right)^{-0.4}, & r < a \\ 0, & r \geq a \end{cases} \quad (16)$$

将垂直荷载计算式带入式(13)可得到改进的摩擦力矩计算式为:

$$M_{z_{\text{优化}}} = 0.6 \frac{N}{\pi R^2 \sin^2 \alpha} \mu_z R^3 \times \int_0^{2\pi} \int_0^{\alpha} \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right)^{-0.4} \times \sqrt{\sin^2 \theta \cos^2 \beta + \cos^2 \theta \sin \theta \cos \theta} d\beta d\theta \quad (17)$$

桥梁总质量 N 换算为85 640 kN,球铰球面半径 R 为8 m,球铰平面半径 r 为1.75 m,球铰接触面最大角度 $\alpha = \sin^{-1}(1.75/8)$, $a=r$ 为球铰接触半径,取摩擦因数 $\mu=0.1$,将这些参数带入式(13),得到 $M_{z_{\text{常规}}}$ 为67 621 kN·m,代入式(17)解得 $M_{z_{\text{优化}}}$ 为56 556.74 kN·m。该大桥实际称重试验的得到摩阻力矩 $M_{z_{\text{实测}}}$ 为10 645.51 kN·m。由式(14)可计算出优化的和常规方法的抗倾覆系数,分别为5.3、6.4。

优化后的抗倾覆系数比常规方法计算的抗倾

覆系数小20%,表明:常规的抗倾覆系数计算方法更为保守。

将实测得到的摩阻力矩 $M_{z_{\text{实测}}}$ 分别代入式(13)和式(17),得到球铰静摩擦系数 $\mu_{z_{\text{常规}}}$ 为0.016, $\mu_{z_{\text{优化}}}$ 为0.034。

3.3 实际牵引力反算

转向时实际转动牵引力 T 为440 kN,反算静摩擦系数为:

$$\mu = \frac{3DT}{2NR} = 0.047 \quad (18)$$

对比这3种静摩擦系数的计算结果,可知:通过试验计算的摩擦系数实际值是常规计算方法得到的3倍左右,这在实际工程中是不可忽视的。而优化后的计算结果与实际值相差23%。该研究可为类似工程的现场施工牵引力提供借鉴。

4 结论

基于接触应力分布理论和有限元分析,对球面铰接触面静摩擦系数及抗倾覆弯矩进行优化。同时,将计算结果与常规方法和实际牵引反算结果进行了比较。得出结论:

1) 优化后的球铰表面接触应力分布与目前应用的常规算法和有限元法相比具有优越性。结果表明:基于新公式的倾覆力矩阻力计算是可靠的。

2) 基于常规计算方法的倾覆力矩比优化理论算法的倾覆力矩大20%,表明常规算法高估了实际的倾覆力矩。

3) 试验计算的摩擦系数实际值是常规计算方法得到的3倍左右。而通过优化公式计算的球面铰链静摩擦系数比实际静摩擦系数小23%。与常规的计算方法相比,该方法的计算结果更加准确,与实测值之间的误差也相对较小。

参考文献(References):

- [1] GRIGGS F E Jr. American swing bridges 1797 to 1907 [J]. Practice Periodical on Structural Design and Construction, 2011, 16(4): 170-185.
- [2] ZHENG J L, WANG J J. Concrete-filled steel tube arch bridges in China[J]. Engineering, 2018, 4(1): 143-155.
- [3] Performance based seismic design for movable bridges [C]//Proceedings. Reston, VA, USA: American Society

of Civil Engineers, : 1-7.

- [4] 吕毅刚, 饶攀, 韩伟威, 等. 独柱墩曲线箱梁桥抗倾覆实用计算方法研究[J]. 交通科学与工程, 2021, 37(3): 35-40.
- LYU Yigang, RAO Pan, HAN Weiwei, et al. Research on the practical calculation method of anti-overturning of the curved box girder bridge with single column pier[J]. Journal of Transport Science and Engineering, 2021, 37(3): 35-40.
- [5] LIANG J J, LEI S, LI K. Optimization calculation method and weighing test of static friction coefficient of RPC spherical joint based on half space contact model [J]. IOP Conference Series: Earth and Environmental Science, 2020, 446(5): 52034.
- [6] LIU T, YU Q L, FAN J F, et al. Concrete spherical joint contact stress distribution and overturning moment of swing bridge[J]. Structures, 2020, 28: 1187-1195.
- [7] 郭亚娟, 李宏哲. 邹城转体斜拉桥转盘结构受力分析[J]. 中外公路, 2013, 33(1): 119-122.
- GUO Yajuan, LI Hongzhe. Mechanical analysis of turntable structure of Zoucheng swivel cable-stayed bridge[J]. Journal of China & Foreign Highway, 2013, 33(1): 119-122.
- [8] AZADBAKHT M, YIM S C. Simulation and estimation of tsunami loads on bridge superstructures[J]. Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering, 2015, 141(2): 1-2.
- [9] CAI Y L, AGRAWAL A, QU K, et al. Closure to "numerical investigation of connection forces of a coastal bridge deck impacted by solitary waves" by yalong Cai, A. agrawal, ke Qu, and H. S. Tang[J]. Journal of Bridge Engineering, 2020, 25(1): 1-19.
- [10] 左敏, 江克斌. 转体桥平转球铰转体过程应力计算方法研究[J]. 铁道标准设计, 2015, 59(12): 36-39.
- ZUO Min, JIANG Kebin. Research on the stress calculation of ball joint of swivel bridge during rotation [J]. Railway Standard Design, 2015, 59(12): 36-39.
- [11] 周四思. 《铁路桥涵设计基本规范》(TB10002.1—2005)若干问题的说明[J]. 铁道标准设计, 2006, 50(3): 50-58.
- ZHOU Sisi. Explanation of some problems in basic code for design of railway bridges and culverts (TB10002.1—2005)[J]. Railway Standard Design, 2006, 50(3): 50-58.
- [12] 蔡晓鹏. 大跨度桥梁转体施工中接触面设计及计算分析[D]. 广州: 华南理工大学, 2019.
- CAI Xiaopeng. Design and computational analysis of

(下转第117页)

- 26(2):101-108.
- [10] THORPE T L, Anderson C W. Traffic light control using sarsa with three state representations [R]. Technical report, Cite seer, 1996.
- [11] LIU Y, LIU L, CHEN W P. Intelligent traffic light control using distributed multi-agent Q learning [C]// IEEE 20th International Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC). October 16-19, 2017, Yokohama, Japan. IEEE, 2018: 1-8.
- [12] DEGRIS T, WHITE M, SUTTON R S. Off-policy actor-critic [EB/OL]. (2013-06-20) [2021-12-16]. <https://arxiv.org/abs/1205.4839>
- [13] V.MNIH, A.P.BADIA, M.MIRZA, A.Graves, T.Lillicrap, T.Harley, K.Kavukcuoglu, et al., Asynchronou-s methods for deep reinforcement learning [EB/OL]. (2016-02-04) [2021-12-26]. <https://arxiv.org/abs/1602.01783>.
- [14] GENDERS W, RAZAVI S. Evaluating reinforcement learning state representations for adaptive traffic signal control [J]. Procedia Computer Science, 2018, 130: 26-33.
- [15] 郭海锋, 张贵军. 基于无线传感网络的单点自组织信号控制方法 [J]. 中国公路学报, 2010, 23(3): 102-107.
GUO Haifeng, ZHANG Guijun. Method of traffic self-organizing signal control for isolated intersection based on wireless sensor network [J]. China Journal of Highway and Transport, 2010, 23(3): 102-107.
- [16] 黄浩, 胡智群, 王鲁哈, 等. 基于 Sumtree DDPG 的智能交通信号控制算法 [J]. 北京邮电大学学报, 2021, 44(1): 97-103.
HUANG Hao, HU Zhiquan, WANG Luhan, et al. Intelligent traffic signal control algorithm based on Sumtree DDPG [J]. Journal of Beijing University of Posts and Telecommunications, 2021, 44(1): 97-103.
- [17] 侯德藻, 高兰达, 钱振伟, 等. 基于 SUMO 软件的异构交通流仿真平台车辆模型开发与集成 [J]. 同济大学学报(自然科学版), 2021, 49(7): 957-963, 1038.
HOU Dezao, GAO Landa, QIAN Zhenwei, et al. Development and integration of vehicle model for heterogeneous traffic flow simulation platform based on SUMO [J]. Journal of Tongji University (Natural Science), 2021, 49(7): 957-963, 1038.
- [18] 王莹多. 基于深度强化学习的路口自适应控制 [D]. 大连: 大连理工大学, 2017.
WANG Yingduo. Adaptive control of intersections based on deep reinforcement learning [D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2017.
- [19] 朱昭俊, 李雪芹. 基于 Python 与 Tensorflow 的交通信号决策系统 [J]. 综合运输, 2022, 44(5): 74-79, 143.
ZHU Zhaojun, LI Xueqin. Traffic signal decision system based on python and tensorflow [J]. China Transportation Review, 2022, 44(5): 74-79, 143.
- (责任编辑: 李脉; 校对: 罗容; 英文编辑: 刘至真)

(上接第89页)

- contact surface during rotation construction of long-span bridges [D]. Guangzhou: South China University of Technology, 2019.
- [13] 郭大智, 冯德成. 层状弹性体系力学 [M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2001.
GUO Dazhi, FENG Decheng. Mechanics of layered elastic system [M]. Harbin: Harbin Institute of Technology Press, 2001.
- [14] 格拉德韦尔, G.M.L. 经典弹性理论中的接触问题 [M]. 范天佑, 译. 北京: 北京理工大学出版社, 1991.
GLADWELL, G. M. L. Contact problems in classical elasticity Theory [M]. Fan Tianyou. Trans. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 1991.
- (责任编辑: 欧兆虎; 校对: 罗容; 英文编辑: 刘至真)