

DOI: 10.16544/j.cnki.cn43-1494/u.2022092224021973

文章编号: 1674-599X(2024)01-0028-08

引用格式: 于建游, 朱颖杰, 陈莉颖. 基于LS-GEP的堆石体填充泥浆特性智能预测[J]. 交通科学与工程, 2024, 40(1): 28-35.

Citation: YU Jianyou, ZHU Yingjie, CHEN Liying. Prediction of mud fluid properties in rockfill based on LS-GEP[J]. J. Transp. Sci. Eng., 2024, 40(1): 28-35.

## 基于LS-GEP的堆石体填充泥浆特性智能预测

于建游<sup>1</sup>, 朱颖杰<sup>2</sup>, 陈莉颖<sup>2</sup>

(1. 河北省高速公路延崇管理中心, 河北 张家口 075400

2. 北方工业大学, 北京市 100144)

**摘 要:** 为了准确预测采用堆石体法填筑公路路基的填充泥浆强度和流动性, 通过传统GEP算法中引入最小二乘拟合, 建立LS-GEP高效函数挖掘模型。通过分析大粒径填料填充泥浆的关键特性和影响因素, 提出了灰土比、水土比和塑固比三个关键参数。通过30组不同配合比的泥浆性能试验, 获取了学习样本, 并利用LS-GEP高效函数挖掘模型, 提出填充泥浆强度和流动性的预测公式。研究表明: 这两个预测公式均是准确可靠的, 可为填充泥浆配合比设计提供有效指导。在延庆至崇礼高速公路河北段的实际工程中, 应用了泥浆特性智能预测公式, 快速确定了泥浆配合比。在施工过程中, 泥浆的各项性能指标均达到了预期效果, 施工后采用堆石体法的大粒径填料填筑的台背路基性能良好。台背路基过渡段没有产生明显沉降, 有效解决了桥头跳车问题。

**关键词:** 路基工程; 智能预测; 基因表达式编程; 泥浆特性; 堆石体

中图分类号: U416.1

文献标志码: A

## Prediction of mud fluid properties in rockfill based on LS-GEP

YU Jianyou<sup>1</sup>, ZHU Yingjie<sup>2</sup>, CHEN Liying<sup>2</sup>

(1. Hebei Expressway Yanchong Management Center, Zhangjiakou 075400, China;

2. North China University of Technology, Beijing 100144, China)

**Abstract:** In order to predict the filling mud strength and fluidity of highway subgrade with rockfill method quickly and accurately, the least square fitting is introduced into traditional GEP algorithm, and the LS-GEP efficient function mining model is established. Based on the analysis of the key characteristics and influencing factors of the large particle size filling mud, three key parameters of lime soil ratio, water soil ratio and plastic-solid ratio are put forward. Through 30 groups of mud performance tests with different mix ratios, learning samples were obtained, and LS-GEP efficient function mining model was used to predict the strength and fluidity of the filling mud. The results indicate that the two prediction formulas are accurate and reliable, and can provide effective guidance for the design of the mix ratio of the filling mud. In the actual engineering of the Hebei section of Yanqing to Chongli Expressway, the intelligent prediction formula of mud characteristics is applied to determine the mud mix quickly. During the construction process, various performance indicators of the

收稿日期: 2022-09-22

基金项目: 河北省交通运输厅科技计划项目(YC-201931, TH1-202010)

作者简介: 于建游(1973—), 男, 河北省高速公路延崇管理中心正高级工程师。E-mail: yulianyou@163.com

filling mud have reached the expectations. The abutment subgrade constructed by using large particle size rockfill roadbed filling technology presents excellent performance, and no significant settlement has been observed, which the problem of vehicle jumping at the abutment has been solved effectively.

**Key words:** subgrade engineering; intelligent prediction; gene expression programming; mud properties; rockfill

为了解决桥头跳车和台背回填路基压实困难的问题,提出采用堆石体法填筑山区高速公路路基的技术<sup>[1-2]</sup>,该技术成本低、强度高、施工方便。液态泥浆性能对堆石体结构填筑路基的稳定性和可靠性均有影响。液态泥浆需要合适的流动性,才能够充分填充堆石体结构中的空隙,并在固化后达到足够的强度<sup>[1-3]</sup>。然而,大粒径填料堆石体结构所采用的液态泥浆是由现场土源、水泥、复配塑化流动改性剂和水组成的,其与常规泥浆的组分不同,无法直接应用传统计算方法来预测其强度和流动性<sup>[1]</sup>。因此,对于液态泥浆,其流动度和强度的准确预测是泥浆配合比设计中的关键问题。

近年来,人工智能技术的发展为解决传统难题,提供了人工神经网络、决策树、进化算法、支持向量机、专家系统等新手段<sup>[4-8]</sup>。传统的进化算法主要用于求解优化问题。基于传统遗传算法发展起来的基因表达式编程(gene expression programming, GEP)算法在函数挖掘能力上有显著提升<sup>[7]</sup>,并可用于解决关键工程问题<sup>[9-19]</sup>。朱向平<sup>[8]</sup>基于基因表达式编程算法,为解决路基工程问题提供了新思路和方法。AZIM等<sup>[9-10]</sup>采用GEP算法建立了结构极限承载力的计算式。IQBAL等<sup>[11-12]</sup>提出了不同类型混凝土强度的预测公式。然而,传统GEP算法虽然可高效搜寻最佳函数结构,但对于非整数系数和常数项的进化效率还有待提升<sup>[8-10]</sup>。

为了建立高效准确的液态泥浆强度和流动性计算方法,提出了LS-GEP高效函数挖掘模型。在传统的GEP算法中,嵌入最小二乘法(least square, LS),提高算法对系数和常数项的挖掘能力,并利用个体退出和种群更新机制,提高算法的全局搜索能力。根据水泥基复合材料强度理论分析,确定影响泥浆特性的主要因素,并开展试验研究,获得模型训练所需的数据。随后,利用试验数据对建立的泥浆特性LS-GEP预测模型进行训练,建立泥浆强度和流动性的函数模型,通过参数分析和统计指标,

全面评估模型的合理性和可靠性。

## 1 GEP算法的优化

在GEP算法中,每个个体具有两种形式:基因型和表现型。其中,基因型以字符串形式来表达,分为头部和尾部两个部分。头部可以包含终端符号和运算符号,而尾部仅包含终端符号。通过控制头部和尾部长度保持式(1)的关系,可以保证基因型转换为表现型时所生成的表达式树不会出现非法的函数结构。

$$t_1 = h_1 \times (n_1 - 1) + 1 \quad (1)$$

式中: $h_1$ 和 $t_1$ 分别为基因型头部和尾部的字符长度;

$n_1$ 为函数符号集中的运算符号的最大条目数。

GEP算法中单基因个体的基因型及对应的表现型如图1所示。其中,在基因型的字符串中,表达式树中的部分被表达,而其后的字符串内容不会被表达。因此,表达式树总是以终端符号终止,形成一个合法的函数结构。基于这一特性,GEP相比于传统遗传编程,可以采用更多遗传算子,包含IS转座、RIS转座、基因转座等,从而可以在最大空间内搜索最优解。

单基因个体字符串用 $\times b++a-aQbb+lababbabbab$ 、代数表达式 $b \times (a+a+\sqrt{b}-b)$ 表示,表达树如图1所示。

传统GEP算法在挖掘函数结构方面的效率很高,但对非整数的系数和常数项的进化效率较低。相比之下,最小二乘拟合在参数拟合方面表现出色。因此,将LS算法引入传统GEP算法,可弥补传统GEP算法在挖掘系数和常数项中的不足。

在LS算法中,令

$$f(x) = w_1 \varphi_1(x) + w_2 \varphi_2(x) + \cdots + w_m \varphi_m(x) \quad (2)$$

式中: $\varphi_k(x)$ 是一组线性无关的函数; $w_k$ 是待定系数,最小二乘准则为求解使残差函数 $L$ 最小的系数 $w_i(i=1,2,3,\cdots,m)$ 。

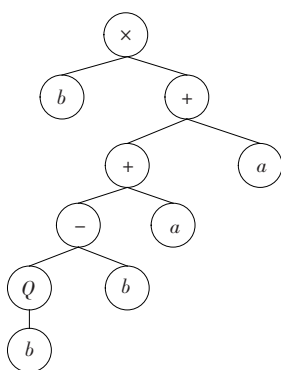


图1 GEP中个体表达式树示例

Fig. 1 Example of individual in GEP

$$L(y, f(x, w)) = \sum_{i=1}^m (y_i - f(x_i, w_i))^2 \quad (3)$$

在传统的曲线拟合中,通常认为预先设定 $\varphi_k(x)$ 是具有局限性的,而GEP算法能够智能地搜寻最佳的函数形式。因此,将LS算法与GEP算法结合,可高效找到最佳的函数表达式。

LS-GEP算法的基本流程如图2所示,主要步骤如下:

- 1) 生成初始种群(基因型)。
- 2) 将基因型转换为表现型(表达式树)。
- 3) 计算个体的适应度。

4) 判断个体适应度是否达到设定阈值 $S_1$ ,若无个体的适应度达到 $S_1$ ,则直接进入第(6)步;否则,对达到 $S_1$ 的个体启动LS算法,并对该个体对应的函数结构形式的系数和常数项进行最小二乘拟合,迅速得到该函数结构形式下所能达到的最大适应度。

5) 判断经过LS优化的个体是否达到设定阈值 $S_2$ 。若达到,则终止程序,适应度最大的个体为最终结果;若经过LS优化的个体仍无法达到目标适应度,则将其从当前种群中移出并另存,通过初始化方法生成对应数量的新个体补充入种群,使种群规模保持不变。

6) 对种群进行遗传操作,包括选择、交叉、变异、IS转座、RIS转座等,生成子代种群。

7) 判断是否达到预设的迭代次数,若未达到,则返回第(2)步,进行迭代计算;若种群进化到设定次数,但最优个体却未达到目标适应度,则将程序最终输出的结果确定为当前种群的最优个体和之前各代中经过LS优化后适应度最高的个体。

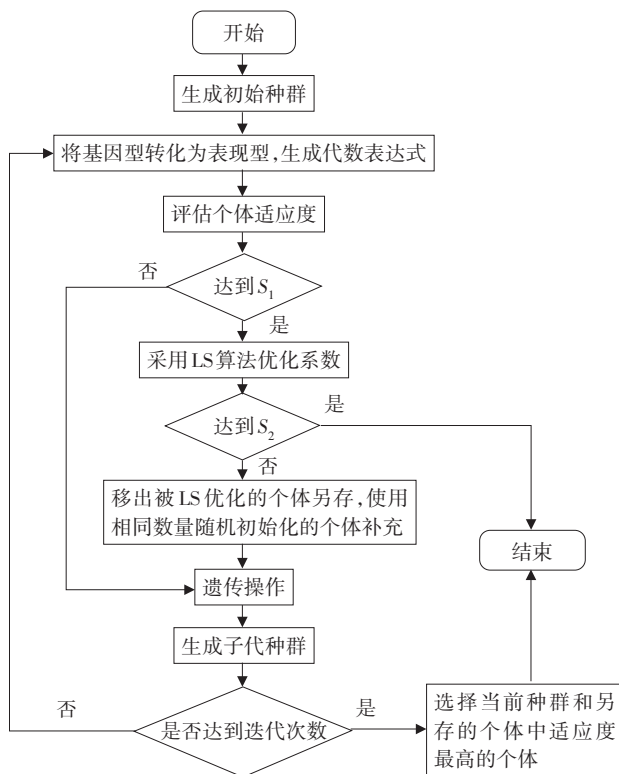


图2 LS-GEP算法流程

Fig. 2 Flow of LS-GEP algorithm

## 2 配合比智能优化设计

### 2.1 采用堆石体法的大粒径填料填充泥浆关键特性和影响因素

在采用堆石体法填筑公路路基技术中,液态泥浆配合比设计是研究的核心。这意味着利用现场原土(以黏性土为主),加入适当比例的水泥和添加剂(复配塑化流动改性剂),得到具有足够强度和良好流动性的液态泥浆。研究泥浆特性的主要影响因素有现场原土、水泥、塑化流动改性剂和水,且分别以灰土比值、水土比值和塑固比值来表征。

#### 1) 灰土比。

水泥和土质量之比。液态泥浆配合比研究的目的是通过掺入适量现场废弃的土源来降低水泥用量。若土源掺入过多时,可能导致泥浆强度达不到要求。因此,灰土比值为配合比设计的关键因素之一。

#### 2) 水土比。

水质量和水泥与土质量的和之比。增加水的

含量可以在一定程度上提高液体泥浆的流动性,但其水分过多,则不能参与水化反应,后续水分蒸发后会形成疏松结构,对整体结构的强度和稳定性产生不良影响。因此,合理的水土比值是保证堆石体结构可靠性的关键因素之一。

3) 塑固比值。

塑化流动改性剂的质量和水泥与土的质量和之比。液态泥浆不能依靠增加含水量来提高流动性,因此添加流动改性剂是必不可少的。同时,采用复配塑化流动改性剂的效果更佳。本研究采用的复配塑化流动改性剂的主要成分为粉煤灰、矿渣粉和减水剂。

综上所述,为了有效指导泥浆配合比设计,需要对泥浆的强度和流动性分别建立考虑水土比值、灰土比值和塑固比值的预测模型。

2.2 数据准备

为了确保 GEP 算法能够生成可靠的函数模型,训练数据集的数量至少应是自变量的 5 倍<sup>[8]</sup>。在该研究中,配合比设计自变量有 3 个,其取值范围和组合是根据工程经验和前期试验结果来确定的<sup>[1]</sup>。灰土比、水土比和塑固比值分取值范围分别为 0.22 ~ 0.28、0.36 ~ 0.44、0.01 ~ 0.03。本试验共开展 30 组,随机选取 24 组作为训练数据,6 组作为测试数据,数量满足要求,试验方案见表 1。

表 1 试验方案和结果

Table 1 Test scheme and results

试验号/ 因素	灰土比值	水土比值	塑固比值	强度/ MPa	流动性/ mm	试验号/ 因素	灰土比值	水土比值	塑固比值	强度/ MPa	流动性/ mm
1	0.22	0.36	0.01	1.53	170	16	0.25	0.44	0.02	1.76	246
2	0.22	0.40	0.01	1.40	205	17	0.25	0.36	0.03	1.90	211
3	0.22	0.44	0.01	1.28	221	18	0.25	0.40	0.03	1.85	241
4	0.22	0.36	0.02	1.58	201	19	0.25	0.44	0.03	1.83	262
5	0.22	0.40	0.02	1.45	236	20	0.25	0.42	0.02	1.78	236
6	0.22	0.44	0.02	1.40	252	21	0.28	0.36	0.01	2.16	160
7	0.22	0.36	0.03	1.62	219	22	0.28	0.40	0.01	1.98	194
8	0.22	0.40	0.03	1.50	250	23	0.28	0.44	0.01	1.85	204
9	0.22	0.44	0.03	1.48	270	24	0.28	0.36	0.02	2.20	183
10	0.22	0.42	0.02	1.42	242	25	0.28	0.40	0.02	2.03	220
11	0.25	0.36	0.01	1.91	164	26	0.28	0.44	0.02	1.89	241
12	0.25	0.40	0.01	1.78	198	27	0.28	0.36	0.03	2.22	206
13	0.25	0.44	0.01	1.62	213	28	0.28	0.40	0.03	2.06	237
14	0.25	0.36	0.02	1.88	193	29	0.28	0.44	0.03	1.95	258
15	0.25	0.40	0.02	1.80	229	30	0.28	0.42	0.02	1.96	232

液态泥浆的制备工序如下:

- 1) 现场原土、水泥和塑化流动改性剂拌合 60 s, 达到均匀状态。
- 2) 加入 80% 的总水量,拌合 90 s。
- 3) 在保持拌合状态下,逐渐添加剩余的 20% 水

量(约 45 s)。

试样制作如图 3 所示。强度测试采用万能材料试验机加载,试件尺寸大小为 70.7 mm×70.7 mm×70.7 mm,流动性以黏流半径来表征,测试方法见参考文献[1]。





图3 试样制作

Fig. 3 Sample manufacturing

由于数据之间的量级相差较大,采用常用的MIN-MAX标准化<sup>[15]</sup>方法对数据进行预处理,数据值分布于 $[0,1]$ 。

$$y_i = \frac{x_i - \min_{1 \leq j \leq n} \{x_j\}}{\max_{1 \leq j \leq n} \{x_j\} - \min_{1 \leq j \leq n} \{x_j\}} \quad (4)$$

式中: $x_i$ 为第 $i$ 个参数的原始数据;

$\min_{1 \leq j \leq n} \{x_j\}$ 和 $\max_{1 \leq j \leq n} \{x_j\}$ 分别为该参数在数据集内的最小值与最大值;

$y_i$ 为该参数标准化后的数值。

### 2.3 LS-GEP模型的建立

液态泥浆强度和流动性GEP模型分别为

$$M = f_1(\gamma_c, \gamma_w, \alpha_1) \quad (5)$$

$$L = f_2(\gamma_c, \gamma_w, \alpha_1) \quad (6)$$

式中: $M$ 为泥浆20 d强度; $L$ 为泥浆的流动性;

$f_1$ 和 $f_2$ 分别为对应于强度和流动性的待挖掘的函数关系;

$\gamma_c, \gamma_w, \alpha_1$ 分别为灰土比值、水土比值和塑固比值。

适应度函数为<sup>[8]</sup>

$$O_{bf} = \left( \frac{N_L - N_V}{N_T} \right) \frac{E_{MAE, L} + E_{RMSE, L}}{R_L^2} + \frac{2N_V}{N_T} \frac{E_{MAE, V} + E_{RMSE, V}}{R_V^2} \quad (7)$$

式中: $N$ 是样本数量;

$R, E_{MAE}, E_{RMSE}$ 分别是相关系数,平均绝对误差(mean absolute error)和均方误差(root mean square error),由式(8)~(10)进行计算。其中,下标L、V和T分别代表学习集、验证集和训练集。其中,学习集和验证集是由训练集划分得到,在24个训练数据中,随机选取19个作为学习集,5个作为验证集。

$$R = \frac{\sum_{i=1}^n (b_i - \bar{b}_i)(a_i - \bar{a}_i)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (b_i - \bar{b}_i)^2 \sum_{i=1}^n (a_i - \bar{a}_i)^2}} \quad (8)$$

$$E_{MAE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |b_i - a_i| \quad (9)$$

$$E_{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (b_i - a_i)^2} \quad (10)$$

式中: $b_i$ 和 $a_i$ 分别为第 $i$ 步的强度或流动性的预测值和实测值;

$\bar{b}_i$ 和 $\bar{a}_i$ 分别为强度或流动性的平均预测值和平均实测值;

$n$ 为数据总量。

在LS-GEP模型中,参数设置由综合文献的建议<sup>[9-11]</sup>和试算结果来确定,选取的函数符号集包括加、减、乘、除和幂函数,其他参数详见表2。

表2 LS-GEP模型中参数设置

Table 2 Parameter settings in LS-GEP model

参数		取值
一般	种群大小	50
	基因数目	1
	头部长度	12
	迭代次数	5 000
遗传操作	突变率	0.1
	单点交叉重组率	0.5
	双点交叉重组率	0.1
	IS转座率	0.1
	RIS转座率	0.1
系数和常数	个数	8
	非指数数据类型	浮点数
	非指数取值范围	$[-10, 10]$
	指数数据类型	浮点数
	指数取值范围	$[0, 1]$
适应度阈值	$S_1$	0.5
	$S_2$	0.0

### 2.4 结果与模型评价

1) 泥浆强度和流动性预测公式。

由LS-GEP模型得到泥浆强度和流动性预测公

式对应的基因字符串,  $M_0$  为  $+ - c_1 - \times / \times c_2 \gamma_{c,0} + \times \alpha_{10} c_3$   
 $\alpha_{10} \times + c_4 \gamma_{c,0} c_5 c_6 \times c_7 \gamma_{w,0}$ ,  $L_0$  为  $- + \times \times c_1 c_2 \gamma_{c,0} c_3 \wedge \times c_4 + c_5$   
 $\gamma_{w,0} \alpha_{10}$ 。其中,  $M_0$  中含 7 个常数项;  $c_1 \sim c_7$  分别为  
0.169、0.272、0.205、3.914、2.832、0.667、0.356;  $L_0$  中  
含 5 个常数项;  $c_1 \sim c_5$  分别为 0.102 0、0.101 0、0.223  
6、0.900 0、2.409 0。将两基因字符串转化为数学表  
达式,整理得到式(11)~(12)。

$$M_0 = \frac{\alpha_{10} + 2.832\gamma_{c,0}}{3.914(0.356\gamma_{w,0} + 0.667)} - 0.205\alpha_{10} -$$
$$0.272\gamma_{c,0} + 0.169 \quad (11)$$

$$L_0 = 0.2236 \left[ 2.409(\gamma_{w,0} + \alpha_{10}) \right]^{0.90} + 0.101 -$$
$$0.102\gamma_{c,0} \quad (12)$$

式中:  $M_0$  为泥浆强度;

$L_0$  为流动值;

$\alpha_{10}$  为 塑固比值;

$\gamma_{c,0}$  为灰土比值;

$\gamma_{w,0}$  为水土比值。

$M_0$ 、 $L_0$ 、 $\alpha_{10}$ 、 $\gamma_{c,0}$ 、 $\gamma_{w,0}$  均为 MIN-MAX 标准化后  
的值。

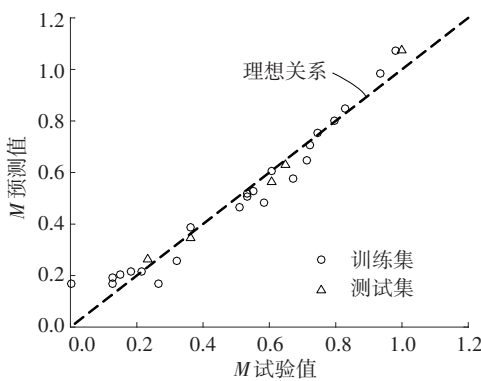
根据最大最小值将数据转回为原始值后,泥浆  
强度、流动值和塑固比值之间的关系见式(13),灰  
土比值和水土比值之间的关系见式(14),即:

$$M = \frac{47\alpha_1 + 44.368\gamma_c - 10.231}{17.417\gamma_w - 3.659} - 9.635\alpha_1 -$$
$$4.261\gamma_c + 2.473 \quad (13)$$
$$L = 526.9(\gamma_w + 4\alpha_1 - 0.4)^{0.90} - 187\gamma_c + 212.25 \quad (14)$$

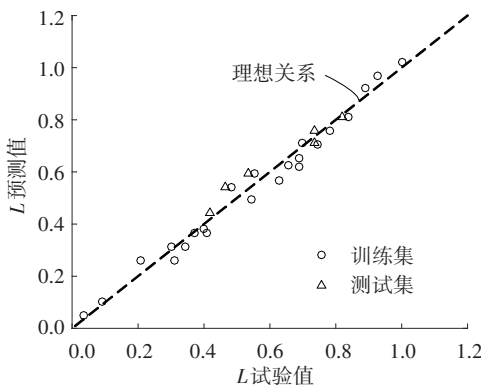
式中:  $\gamma_c$ 、 $\gamma_w$  和  $\alpha$  的适用范围与试验数据集相同。

2) 模型评价。

预测结果与试验结果(MINMAX 标准化后的数  
据)的对比如图 4 所示。从图 4 可以看出,预测公式  
可以给出准确可靠的结果,再利用  $R$ 、 $E_{MAE}$ 、 $E_{RMSE}$ 、  
均值和标准差等多种统计指标对模型预测结果进行  
评价,预测结构和试验值之比(MINMAX 标准化后  
的数据)的各统计指标计算结果见表 3。由表 3 可  
知,提出的泥浆强度和流动性预测公式具有良好的  
准确性和可靠性,可为大粒径填料堆石体填充泥浆  
配合比设计提供有效指导。



(a) 强度



(b) 流动性

图 4 预测值和试验值对比

Fig. 4 Comparison between predicted values and test values

表 3 预测模型的统计指标

Table 3 Statistical indicators of prediction models

预测 公式	数据	相关 系数	平均绝 对误差	均方根 误差	均值	标准差
$M$	训练集	0.965	0.057	0.072	0.961	0.202
$M$	测试集	0.924	0.074	0.910	1.035	0.245
$L$	训练集	0.986	0.039	0.046	0.971	0.235
$L$	测试集	0.934	0.067	0.075	0.992	0.240

3 工程应用

延庆-崇礼高速公路河北段主线共设置了桥梁  
30 余座,在该段的台背回填工程中,采用堆石体法  
填筑公路路基技术。根据前期研究成果可知,该工  
程中使用的液态泥浆强度和流动性应满足以下要

求:  $M \geq 1.8 \text{ MPa}$ ,  $L \geq 200 \text{ mm}$ <sup>[1]</sup>。

为确定灰土比、水土比和塑固比,先使用这3个参数的均值代入泥浆特性预测公式,快速得到其强度和流动值。再根据性能指标要求,适当增加灰土比,得到泥浆强度为  $2.03 \text{ MPa}$ ,流动值为  $215 \text{ mm}$ ,满足了设计要求<sup>[1]</sup>。因此,快速确定了灰土比  $\gamma_c$ 、水土比  $\gamma_w$  和塑固比  $\alpha_1$ ,其值分别为  $0.28$ 、 $0.40$ 、 $0.02$ 。实际工程现场施工如图5所示。



(a) 预埋管铺设



(b) 注浆

图5 工程现场

Fig. 5 Project site

在施工过程中,液体泥浆流动性良好,施工后2 a,在台背过渡区测得的最大沉降仅为  $5 \text{ mm}$ ,靠近桥台一侧未测出相对变形,表明有效避免了桥头跳车问题。

## 4 结论

为了实现大粒径填料堆石体填充泥浆强度和流动性的高效准确预测,提出了LS-GEP智能函数挖掘模型。主要结论如下:

1) 在传统GEP模型的基础上,引入LS算法,可以有效提升算法挖掘系数和常数项的能力。

2) 在泥浆特性研究中,灰土比、水土比和塑固比为3个关键参数,通过试验获取了模型训练所需的样本数据。

3) 采用LS-GEP智能函数挖掘模型,得到了填

充泥浆强度和流动性的预测公式。预测结构和试验值吻合良好,多种统计指标计算结果均表明预测公式的准确性和可靠性良好,可以有效指导大粒径填料堆石体填充泥浆的配合比设计。

4) 泥浆特性智能预测公式在延庆至崇礼高速公路河北段中应用效果良好。通过高效准确地预测泥浆特性,得到了合理的泥浆配合比。在大粒径填料堆石体施工过程中,泥浆性能表现良好,台背路基过渡段未出现明显沉降,有效避免了桥头跳车问题。

## 参考文献(References):

- [1] 冯乐乐. 特大粒径填料填筑路基技术研究[D]. 石家庄: 石家庄铁道大学, 2019. DOI: 10.27334/d.cnki.gstdy.2019.000539.  
FENG Lele. Research on filling subgrade technology with extra large particle size [D]. Shijiazhuang: Shijiazhuang Tiedao University, 2019.
- [2] 任彦茹, 朱静. 液化土浆料填充大粒径堆石路基结构性能研究[J]. 公路, 2021, 66(5): 85-88.  
REN Yanru, ZHU Jing. Study on structural performance of large-size rockfill subgrade filled with liquefied soil slurry[J]. Highway, 2021, 66(5): 85-88.
- [3] 朱晟, 钟春欣, 郑希镭, 等. 堆石体的填筑标准与级配优化研究[J]. 岩土工程学报, 2018, 40(1): 108-115. DOI: 10.11779/CJGE201801010.  
ZHU Sheng, ZHONG Chunxin, ZHENG Xilei, et al. Filling standards and gradation optimization of rockfill materials [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, 40(1): 108-115. DOI: 10.11779/CJGE201801010.
- [4] 张灵, 康晋滔, 成卫. 基于长短期记忆网络的断面交通数据异常处理[J]. 交通科学与工程, 2020, 36(3): 81-87. DOI: 10.16544/j.cnki.cn43-1494/u.2020.03.013.  
ZHANG Ling, KANG Jintao, CHENG Wei. Abnormal detection and correction of section traffic data based on long short-term memory network [J]. Journal of Transport Science and Engineering, 2020, 36(3): 81-87. DOI: 10.16544/j.cnki.cn43-1494/u.2020.03.013.
- [5] 李懿, 韩春华, 钱熙, 等. 基于深度强化学习的公路初始路径寻优方法[J]. 交通科学与工程, 2020, 36(1): 98-103. DOI: 10.16544/j.cnki.cn43-1494/u.2020.01.017.  
LI Yi, HAN Chunhua, QIAN Xi, et al. An optimal path

- generation method based on deep reinforcement learning [J]. *Journal of Transport Science and Engineering*, 2020, 36(1): 98-103. DOI: 10.16544/j.cnki.cn43-1494/u.2020.01.017.
- [6] 肖秋明, 刘昕娆. 基于 PSO-SVM 的山区营运高速公路边坡防治费用预测[J]. *长沙理工大学学报(自然科学版)*, 2022, 19(2): 120-128. DOI: 10.19951/j.cnki.1672-9331.2022.02.012.
- XIAO Qiuming, LIU Xinrao. Prediction of slope prevention cost for mountainous operating expressway based on PSO-SVM[J]. *Journal of Changsha University of Science & Technology (Natural Science)*, 2022, 19(2): 120-128. DOI: 10.19951/j.cnki.1672-9331.2022.02.012.
- [7] FERREIRA C. Gene expression programming: a new adaptive algorithm for solving problems [J]. *CoRR*, 2001, cs.AI/0102027(2): 87-129.
- [8] 朱向平. 基于基因表达式编程算法的路基工程问题研究[D]. 长沙: 湖南大学, 2013.
- ZHU Xiangping. Subgrade engineering problems research based on gene expression programming algorithm[D]. Changsha: Hunan University, 2013.
- [9] AZIM I, YANG J, JAVED M F, et al. Prediction model for compressive arch action capacity of RC frame structures under column removal scenario using gene expression programming[J]. *Structures*, 2020, 25: 212-228. DOI: 10.1016/j.istruc.2020.02.028.
- [10] MOMENI M, HADIANFARD M A, BEDON C, et al. Damage evaluation of H-section steel columns under impulsive blast loads via gene expression programming [J]. *Engineering Structures*, 2020, 219: 110909. DOI: 10.1016/j.engstruct.2020.110909.
- [11] IQBAL M F, LIU Q F, AZIM I, et al. Prediction of mechanical properties of green concrete incorporating waste foundry sand based on gene expression programming[J]. *Journal of Hazardous Materials*, 2020, 384: 121322. DOI: 10.1016/j.jhazmat.2019.121322.
- [12] BABANAJAD S K, GANDOMI A H, ALAVI A H. New prediction models for concrete ultimate strength under true-triaxial stress states: an evolutionary approach [J]. *Advances in Engineering Software*, 2017, 110: 55-68. DOI: 10.1016/j.advengsoft.2017.03.011.
- [13] TERZI S. Modeling the deflection basin of flexible highway pavements by gene expression programming [J]. *Journal of Applied Sciences*, 2005, 5(2): 309-314. DOI: 10.3923/jas.2005.309.314.
- [14] 颜可珍, 刘沛, 王晓亮. 基于 GEP 算法的沥青混合料动模量预测[J]. *建筑材料学报*, 2015, 18(6): 1106-1110.
- YAN Kezhen, LIU Pei, WANG Xiaoliang. Prediction of dynamic modulus of asphalt mixture based on gene expression programming algorithm [J]. *Journal of Building Materials*, 2015, 18(6): 1106-1110.
- [15] GANDOMI A H, BABANAJAD S K, ALAVI A H, et al. Novel approach to strength modeling of concrete under triaxial compression [J]. *Journal of Materials in Civil Engineering*, 2012, 24(9): 1132-1143. DOI: 10.1061/(asce)mt.1943-5533.0000494.
- [16] KHAN M, AZAMATHULLA H M, TUFAIL M, et al. Discussion: bridge pier scour prediction by gene expression programming [J]. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers - Water Management*, 2014, 167(6): 368-369. DOI: 10.1680/wama.13.00080.
- [17] KHAN M A, MEMON S A, FAROOQ F, et al. Compressive strength of fly-ash-based geopolymer concrete by gene expression programming and random forest[J]. *Advances in Civil Engineering*, 2021(1): 1-17. DOI: 10.1155/2021/6618407.
- [18] HASSAN W H, JALAL H K. Prediction of the depth of local scouring at a bridge pier using a gene expression programming method[J]. *SN Applied Sciences*, 2021, 3(2): 159. DOI: 10.1007/s42452-020-04124-9.
- [19] ASLAM F, FAROOQ F, AMIN M N, et al. Applications of gene expression programming for estimating compressive strength of high-strength concrete [J]. *Advances in Civil Engineering*, 2020(3): 1-23. DOI: 10.1155/2020/8850535.

(责任编辑:罗容;校对:李脉;英文编辑:杜雪明)