

DOI:10.16544/j.cnki.cn43-1494/u.20230320001

文章编号:1674-599X(2026)02-0042-09

引用格式:吴伟,唐永超,刘洋.上班时选择异质下的多方式出行均衡研究[J].交通科学与工程,2026,42(2):42-50.

Citation: WU Wei, TANG Yongchao, LIU Yang. Multi-mode travel equilibrium under work hour heterogeneity[J]. Journal of Transport Science and Engineering, 2026, 42(2): 42-50.

## 上班时选择异质下的多方式出行均衡研究

吴伟,唐永超,刘洋

(长沙理工大学 交通学院,湖南 长沙 410114)

**摘要:**【目的】针对城市早高峰单上班时引发的通勤集聚、交通拥堵问题,构建双上班时多方式出行均衡模型,揭示上班时异质性与时间间隔对通勤均衡的作用机理,为错峰上班政策的制定提供理论支撑。【方法】以私家车-地铁出行系统为研究对象,融合瓶颈模型与地铁拥挤计算方法,考虑通勤者上班时偏好异质,构建时间-成本-数量约束下的均衡方程,解析多类均衡模式特征,采用AMPL-Minos优化器求解验证。【结果】相较于单上班时出行,异质上班出行可平均降低15%的社会成本,50:50的出行人数比例、2.0 h的时间间隔下优化效果最优(降幅25%);扩大上班时选择自由度可进一步削减社会出行成本。【结论】上班时通过调控均衡模式阈值影响出行成本,使其呈“下降-稳定”的阶段特征。同一出行方式下,出行人数比例与均衡成本呈正相关关系。上班时异质与多方式协同均衡是缓解早高峰拥堵的有效路径。

**关键词:**城市交通;双上班时;上班时异质;出行均衡;错峰上班;社会出行成本

中图分类号:U121

文献标志码:A

## Multi-mode travel equilibrium under work hour heterogeneity

WU Wei, TANG Yongchao, LIU Yang

(School of Transportation, Changsha University of Science & Technology, Changsha 410114, China)

**Abstract:** [Purposes] Aiming at commuting concentration and traffic congestion caused by a single work hour in the urban morning peak, this paper built a multi-mode travel equilibrium model with dual work hours to reveal the mechanism of work hour heterogeneity and time interval on commuting equilibrium. This can theoretically support the formulation of staggered work hour policy. [Methods] A private car-subway system was chosen as the research object, and combined with bottleneck congestion model and subway congestion calculation method. In addition, the equilibrium equations under time-cost-quantity constraints were constructed considering commuters' work hour preference heterogeneity. The characteristics of equilibrium modes were analyzed and the AMPL-Minos optimizer was applied for solutions and verification. [Findings] Compared with single work hour travel, heterogeneous work hour travel reduces the social travel cost by 15% on average, with the optimal effect of 25% reduction under a 50:50 proportion of travelers and 2.0 h time interval. Expanding the freedom of work hour selection can further reduce social travel cost. [Conclusions] Work hour interval

收稿日期:2023-03-20

基金项目:国家自然科学基金项目(61773077);教育部人文社会科学研究项目(22YHCZH189);长沙市杰出创新青年培养计划项目(kq2107009);长沙理工大学研究生科研创新项目(CX2021SS109)

通信作者:吴伟(1987—),男,副教授,主要从事智能交通管控方法与技术等方面的研究工作。E-mail:weiwu@cqjtu.edu.cn

投稿网址:https://jtkxygc.csust.edu.cn/jtkxygc/home

affects travel costs by regulating the threshold of equilibrium mode, causing them to exhibit a phased characteristic of “decline-stability”. For the same travel mode, the proportion of travelers is positively correlated with the equilibrium cost. Work hour heterogeneity and multi-mode coordinated equilibrium are effective ways to alleviate morning peak congestion.

**Key words:** urban traffic; dual work hours; work hour heterogeneity; travel equilibrium; staggered work hour; social travel cost

交通拥堵已成为限制城市发展的主要问题之一,而通勤设施供给与通勤需求量的不匹配<sup>[1]</sup>,是引起早高峰交通拥堵的直接原因。在早高峰通勤期间,通勤者希望拥有舒适快捷的出行体验<sup>[2]</sup>,但道路通行能力、公交与地铁运力等常处于“超负荷”运行状态,进而引发严重拥堵。

已有研究主要从三个层面优化通勤者的出行。第一种为基于需求端的优化策略,其实施一般通过收费实现,根据收费方式的不同,分为拥挤收费、排放收费、通行证、停车收费等。例如,ANAS<sup>[3]</sup>利用从空间计算角度建立的一般均衡模型,验证了拥挤收费的效益;HUANG等<sup>[4]</sup>针对中国2030年“碳达峰”目标,建立了随机均衡模型来描述国民经济产出、碳排放和气候变化之间的相互关系;QIN等<sup>[5]</sup>研究了停车收费政策对停车需求的影响;WU等<sup>[6]</sup>考虑市中心停车位不足的现状,设计了一个灵活预约停车位的方案。上述研究通过分散通勤者的出行需求,减少出行排队和拥挤。第二种为基于供给侧的优化策略,其以瓶颈通行能力扩展和停车位容量设计为主,且近年来逐渐考虑网联车、自动驾驶车辆等交通方式的影响。例如,在瓶颈通行能力扩展方面,LAMOTTE等<sup>[7]</sup>研究了传统道路和可预定自动驾驶车辆道路之间的容量分配问题;在停车容量设计方面,LIU<sup>[8]</sup>建立了出发时间和停车位置选择的均衡模型,该模型通过优化停车位供应,达到系统总成本最小的目标;ZHANG等<sup>[9]</sup>进一步考虑了系统最优条件下自动驾驶车辆最优停车的供给策略。第三种为考虑供给和需求的同时优化策略,其优化原理是将收费收入用于通勤设施投资。例如,XIAO等<sup>[10]</sup>研究了拼车车道的瓶颈容量时空分配对早高峰通勤的影响;WAN等<sup>[11]</sup>研究了机场航站楼容量扩张和可变航站楼罚款对乘客需求和机场系统的联合影响。

已有研究在早高峰交通拥堵优化问题上取得了较大成效,但仍存在以下不足:①所考虑的上班时间大多是唯一的,即通勤过程为单上班时间的通勤模式;②大多限定通勤者均选择同一上班时

行,较少考虑通勤者在上班时间选择上的异质性;③不同的出行方式之间存在竞争,而已有研究大多侧重于研究单一的出行方式。

本文基于通勤者上班时间的异质性和多出行方式间的竞争,引入上班时间间隔这一关键参数,建立双上班时间、多方式出行均衡模型,实现通勤者在上班时间与交通方式选择上的双重均衡;通过数值分析验证模型的有效性,揭示不同出行人数比例及时间间隔下的通勤特征。

## 1 问题描述

图1为双上班时间出行模式示意图,涵盖私家车、地铁两种核心出行方式及两个上班时间( $t_1^*$ ,  $t_2^*$ )。通勤者通过权衡出行成本选择最优上班时间与出行方式,最终使系统达到均衡。上班时间异质性指通勤者对上班时间的偏好存在差异。均衡状态下,同一上班时间内不同出行方式的通勤成本相等,不同上班时间的通勤成本存在一定差异。

上班时间间隔直接影响均衡特征:间隔较大时,双上班时间通勤者的出行时间不重合,相互不干扰;间隔较小时,双上班时间通勤者的出行时间出现重合,产生协同拥挤效应。本文基于不同时间间隔,通过构建均衡方程,推导通勤者出发时间、出行人数及均衡成本,解析异质条件下的出行规律。

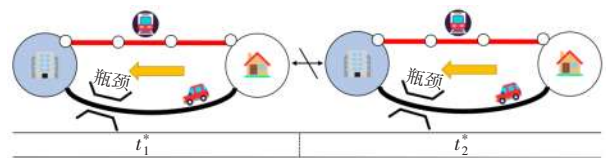


图1 上班时间异质情况下的通勤模式

Fig. 1 Commuting patterns under work hour heterogeneity

## 2 模型假设与均衡原理

### 2.1 模型假设

模型的假设如下:①通勤总需求已知且固

定;②工作地停车位充足,无停车约束;③允许短时间迟到,缓解道路瓶颈的排队压力<sup>[12]</sup>;④除上班时间偏好外,通勤者出行具有同质性(相同的单位时间价值、出行偏好等);⑤道路瓶颈通行能力、地铁发车时间间隔为固定值。

其中,假设①简化了通勤需求;假设②可保证私家车通勤者在到达工作地之后有停车位;假设③能在一定程度上缓解拥堵区域的排队长度,通勤人群偏向于在较晚的时间出发<sup>[12]</sup>;假设④和⑤延续已有处理方法,可保证通勤者具有相同的单位时间价值。

### 2.2 均衡原理

#### 1) 成本函数定义。

基于瓶颈排队成本<sup>[13]</sup>和地铁车厢拥挤成本<sup>[14]</sup>,构建两类出行方式的成本函数:

$$C_a^{(i)}(t) = \alpha T_a(t) + \beta(t_i^* - t - T_a(t))^+ + \gamma(t + T_a(t) - t_i^*)^+ + \tau_a \quad (1a)$$

$$C_b^{(i)}(t) = \alpha T_b(t) + \beta(t_i^* - t - T_b(t))^+ + \gamma(t + T_b(t) - t_i^*)^+ + \psi \xi T_b r_b(t) + \tau_b \quad (1b)$$

式中: $i$ 为上班时间编号, $i=1,2$ ;  $a$ 代表私家车出行;  $b$ 代表地铁出行;  $t$ 为通勤者出发时刻;  $\alpha$ 为单位出行时间价值;  $\beta$ 、 $\gamma$ 分别为早到和迟到的单位时间成本;  $\tau_a$ 、 $\tau_b$ 分别为私家车和地铁通勤者出行的固定成本;  $T_a(t)$ 、 $T_b(t)$ 分别为出发时刻为  $t$  的私家车和地铁通勤者的行程时间;  $T_b$ 为地铁固定行驶时间;  $\psi$ 为地铁车厢拥挤成本的计算系数;  $\xi$ 为地铁发车时间间隔;  $r_b(t)$ 为地铁通勤者的出发率; 上标“+”为早到通勤者的计算标识。

#### 2) 均衡条件推导。

均衡状态下,同一上班时间所对应的所有出发时刻的出行成本均相等,对式(1)求导,并令  $\frac{dC_a^{(i)}(t)}{dt} = 0, \frac{dC_b^{(i)}(t)}{dt} = 0$ , 得到出发时刻与出发率:

$$\begin{cases} t_{a,i}^{(s)} = t_i^* - T_a - \frac{\delta a_i}{\beta s} \\ t_{a,i}^{(m)} = t_i^* - T_a - \frac{\delta a_i}{\alpha s} \\ t_{a,i}^{(e)} = t_i^* - T_a - \frac{\delta a_i}{\gamma s} \\ t_{b,i}^{(s)} = t_i^* - T_b - \sqrt{2\delta\psi\xi T_b b_i} / \beta \\ t_{b,i}^{(m)} = t_i^* - T_b \\ t_{b,i}^{(e)} = t_i^* - T_b - \sqrt{2\delta\psi\xi T_b b_i} / \gamma \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} r_a(t) = \frac{\alpha s}{\alpha - \beta} & t \in \Delta t_{a,i}^{(s)} \\ r_a(t) = \frac{\alpha s}{\alpha + \gamma} & t \in \Delta t_{a,i}^{(e)} \\ r_b(t) = \frac{\beta(t - t_{b,i}^{(s)})}{\psi \xi T_b} & t \in \Delta t_{b,i}^{(s)} \\ r_b(t) = \frac{\gamma(t_{b,i}^{(e)} - t)}{\psi \xi T_b} & t \in \Delta t_{b,i}^{(e)} \end{cases} \quad (3)$$

式(2)~(3)中: $s$ 为道路瓶颈理论通行能力;上标  $s$ 、 $m$ 、 $e$  分别表示通勤者最早出发、准点出发及最晚出发;  $\Delta t_{a,i}$ 、 $\Delta t_{b,i}$  分别为上班时间  $i$  对应的私家车和地铁通勤者的特定出发时段,分为早到时间段和迟到时间段;  $r_a(t)$  为私家车通勤者出发率;  $T_a$  为私家车自由流行驶时间;  $t_{a,i}$ 、 $t_{b,i}$  分别为私家车、地铁出发时刻;  $a_i$  为乘坐私家车出行的人数;  $b_i$  为乘坐地铁出行的人数,满足  $a_i + b_i = \lambda_i N$  ( $\lambda_i$  为出行人数比例,  $\sum \lambda_i = 1$ ,  $N$  为通勤总需求);  $\delta$  为已知参数,满足  $\delta = \beta\gamma / (\beta + \gamma)$ 。

## 3 上班时间异质情况下的出行均衡

### 3.1 均衡参数推导

#### 1) 基础约束。

假设在各上班时间通勤者以固定比例  $\lambda_i$  出行,则各上班时间的通勤需求  $N_i$  将满足:

$$N_i = \lambda_i N = a_i + b_i \quad i = 1, 2 \quad (4)$$

各出行方式的均衡成本满足:

$$C_a^{(i)} = C_b^{(i)} \quad i = 1, 2 \quad (5)$$

考虑通勤者仅依据自身成本对上班时间进行同质选择,则各出行方式间的均衡成本满足:

$$C_w^{(1)} = C_w^{(2)} \quad w = a, b \quad (6)$$

式(6)说明在上班时间异质的条件下,各上班时间内通勤者的均衡成本相等。

#### 2) 临界时间间隔的定义。

式(7)~(8)分别为出行均衡状态下,私家车通勤者在瓶颈处的排队成本  $C_q(T)$ 、地铁通勤者在车厢内的拥挤成本  $C_d(T)$  与到达时间之间的关系。

$$C_q(T) = \begin{cases} \beta(T - T_a^{(s)}) & T \in (T_a^{(s)}, t^*) \\ \gamma(T_a^{(e)} - T) & T \in (t^*, T_a^{(e)}) \end{cases} \quad (7)$$

$$C_d(T) = \begin{cases} \beta(t^* - T) & T \in [T_b^{(s)}, t^*] \\ \gamma(T - t^*) & T \in [t^*, T_b^{(e)}] \end{cases} \quad (8)$$

式(7)~(8)中: $T$ 为通勤者的到达时间;  $T_a^{(s)}$ 、 $T_a^{(e)}$  分别

为首、末位私家车通勤者的到达时间; $T_b^{(s)}$ 、 $T_b^{(e)}$ 分别为首、末位地铁通勤者的到达时间。

结合式(7)~(8),得到通勤者排队成本和拥挤成本随时间的变化过程,如图2所示,该图也被称为出行队列均衡(queue equilibrium, QE)图,图中 $C_q^{\max}$ 、 $C_d^{\max}$ 分别为最大排队成本和最大拥挤成本。图2(a)、2(b)表示不同上班时时间间隔 $\Delta T$ 下通勤者出行成本的变化过程:早到通勤者的排队(拥挤)成本以 $\beta$ 的速率增加,迟到通勤者的排队(拥挤)成本以 $\gamma$ 的速率递减,当通勤者恰好在 $t_i^*$ 到达时,排队(拥挤)成本达到峰值。受上班时时间间隔的影响,图2(a)中两个不同上班时时间出行的通勤者相互不影响;而在图2(b)所示的排队(拥挤)成本函数中,两个不同上班时时间出行的通勤者在时间上出现重合,且在 $\bar{t}_w$ ( $w = a, b$ )时刻相继到达,承受共同的排队和拥挤,说明私家车与地铁的到达时刻不相同。

本文用情形“0”和“1”来反映通勤者在不同时时间间隔下的均衡。通勤者在情形“0”下的出行如图2(a)所示,在此情形下上班时时间间隔较大,两个上班时时间之间通勤者的出行存在多余的间隔;通勤者在情形“1”下的出行如图2(b)所示,在此情形下上班时时间间隔较小,两个上班时时间之间通勤者的出行连续。

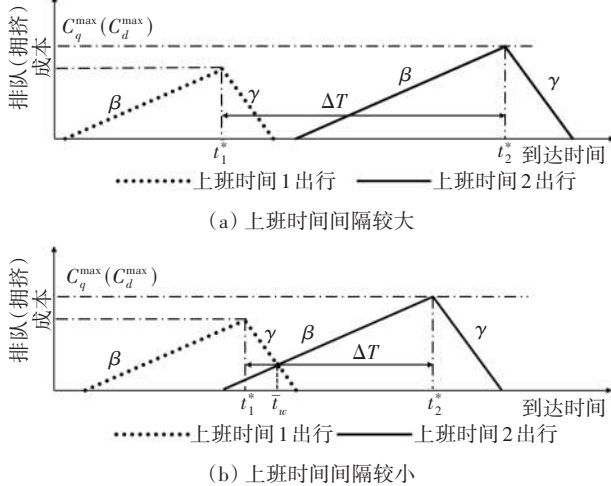


图2 排队与拥挤QE图

Fig. 2 Queue and congestion QE diagram

针对私家车与地铁出行方式,分别定义临界上班时时间间隔 $\Delta T_{car}$ 和 $\Delta T_{sub}$ :

$$\Delta T_{car} = \frac{\delta a_1}{\gamma s} + \frac{\delta a_2}{\beta s} \quad (9)$$

$$\Delta T_{sub} = \frac{\sqrt{2\delta\psi\xi T_b b_1}}{\beta} + \frac{\sqrt{2\delta\psi\xi T_b b_2}}{\gamma} \quad (10)$$

当 $\Delta T \geq \Delta T_{car}$ ( $\Delta T_{sub}$ )时,出行均衡为情形“0”,

反之为情形“1”。

### 3.2 均衡情形建模

1) 均衡情形为“0”。

在情形“0”下,各上班时时间的出发时刻可用式(2)表示,采用各方式出行的通勤者的均衡成本可表示为:

$$C_a^{(i)} = \alpha T_a + \frac{\delta a_i}{s} + \tau_a \quad i = 1, 2 \quad (11)$$

$$C_b^{(i)} = \alpha T_a + \sqrt{2\delta\psi\xi T_b b_i} + \tau_b \quad i = 1, 2 \quad (12)$$

在情形“0”下,上班时时间1的末位通勤者和上班时时间2的首位通勤者在时刻 $\bar{t}_w$ 同时到达,根据均衡原理,两者将承受共同的排队和拥挤。为反映排队和拥挤特征,用 $Q_{i_w}$ 表示私家车通勤者共同排队时长,用 $R_{i_w}$ 表示地铁通勤者共同到达率。

2) 均衡情形为“1”。

下面将针对情形“1”下的出行均衡,分别从时时间、成本和数量方面建立约束条件方程。

① 私家车出行均衡。

情形“1”下的时时间约束为:

$$T_{a,1}^{(e)} = T_{a,2}^{(s)} = \bar{t}_a \quad (13)$$

$$\Delta T_a^{(1)} + \Delta T_a^{(2)} = \Delta T \quad (14)$$

$$\Delta T_a^{(1)} = \bar{t}_a - t_1^* \quad (15)$$

$$\Delta T_a^{(2)} = t_2^* - \bar{t}_a \quad (16)$$

$$\Delta T_a^{(1x)} = \frac{Q_{i_a}}{\gamma/\alpha} \quad (17)$$

$$\Delta T_a^{(2x)} = \frac{Q_{i_a}}{\beta/\alpha} \quad (18)$$

式(13)~(18)中: $T_{a,1}^{(e)}$ 为上班时时间1私家车通勤者最晚出发时时间; $T_{a,2}^{(s)}$ 为上班时时间2私家车通勤者最早出发时时间; $\bar{t}_a$ 为上班时时间1、2的私家车通勤者的共同到达时时刻; $\Delta T_a^{(1)}$ 、 $\Delta T_a^{(2)}$ 分别为上班时时间1、2私家车通勤者到达时时刻与上班时时间的差值; $\Delta T_a^{(1x)}$ 、 $\Delta T_a^{(2x)}$ 分别为上班时时间1、2私家车通勤者排队消散所需要的时时长。

情形“1”下的成本约束为:

$$C_a^{(1)} = \alpha(T_a + Q_{i_a}) + \gamma(\Delta T_a^{(1)}) + \tau_a \quad (19)$$

$$C_a^{(2)} = \alpha(T_a + Q_{i_a}) + \beta(\Delta T_a^{(2)}) + \tau_a \quad (20)$$

$$\Delta C_a = \gamma(\Delta T_a^{(1)}) - \beta(\Delta T_a^{(2)}) \quad (21)$$

$$C_a^{(i)} = \alpha T_a + \delta \frac{a_i^*}{s} + \tau_a \quad i = 1, 2 \quad (22)$$

$$\delta \frac{a_1^*}{s} = \alpha Q_{i_a} + \gamma(\Delta T_a^{(1)}) \quad (23)$$

$$\delta \frac{a_2^*}{s} = \alpha Q_{i_a} + \beta(\Delta T_a^{(2)}) \quad (24)$$

式(19)~(24)中: $\Delta C_a$ 为上班时间1、2私家车通勤者的成本差值; $a_i^*$ 为私家车通勤者的等价均衡人数。

式(19)、(20)、(22)为私家车通勤者的均衡成本计算公式;式(23)~(24)由式(19)、(20)、(22)联立得到,反映了私家车通勤者均衡人数、成本、时间之间的关系。

情形“1”下的数量约束为:

$$a_1 + \frac{sQ_{i_1}}{\gamma/\alpha} = a_1^* \quad (25)$$

$$a_1 + \frac{sQ_{i_2}}{\beta/\alpha} = a_2^* \quad (26)$$

式(25)~(26)结合排队成本与到达时间的关系式(7),反映了私家车通勤人数 $a_i$ 、 $a_i^*$ 与共同排队时长 $Q_{i_1}$ 之间的数量关系。

### ② 地铁出行均衡。

情形“1”下的成本约束为:

$$\Delta T_b^{(1)} + \Delta T_b^{(2)} = \Delta T \quad (27)$$

$$\Delta T_b^{(1)} = \bar{t}_b - t_1^* \quad (28)$$

$$\Delta T_b^{(2)} = t_2^* - \bar{t}_b \quad (29)$$

$$\Delta T_b^{(1x)} = \frac{R_{i_1}}{\gamma/\psi\xi T_b} \quad (30)$$

$$\Delta T_b^{(2x)} = \frac{R_{i_2}}{\beta/\psi\xi T_b} \quad (31)$$

式(27)~(31)中: $\bar{t}_b$ 为上班时间1、2的地铁通勤者的共同到达时刻; $\Delta T_b^{(1)}$ 、 $\Delta T_b^{(2)}$ 分别为上班时间1、2地铁通勤者到达时刻与上班时间的差值; $\Delta T_b^{(1x)}$ 、 $\Delta T_b^{(2x)}$ 分别为上班时间1、2地铁通勤者排队消散所需要的时长。

情形“1”下的时间约束为:

$$C_b^{(1)} = \alpha T_b + \gamma(\Delta T_b^{(1)}) + \psi\xi T_b R_{i_1} + \tau_b \quad (32)$$

$$C_b^{(2)} = \alpha T_b + \beta(\Delta T_b^{(2)}) + \psi\xi T_b R_{i_2} + \tau_b \quad (33)$$

$$\Delta C_b = \gamma(\Delta T_b^{(1)}) - \beta(\Delta T_b^{(2)}) \quad (34)$$

$$C_b^{(i)} = \alpha T_b + \sqrt{2\delta\psi\xi T_b b_i^*} + \tau_b \quad i = 1, 2 \quad (35)$$

$$\sqrt{2\delta\psi\xi T_b b_1^*} = \gamma(\Delta T_b^{(1)}) + \psi\xi T_b R_{i_1} \quad (36)$$

$$\sqrt{2\delta\psi\xi T_b b_2^*} = \beta(\Delta T_b^{(2)}) + \psi\xi T_b R_{i_2} \quad (37)$$

式(32)~(37)中: $\Delta C_b$ 为上班时间1、2地铁通勤者的成本差值; $b_i^*$ 为地铁通勤者的等价均衡人数。

式(32)、(33)、(35)为地铁通勤者的均衡成本计算公式;式(36)、(37)由式(32)、(33)、(35)联立得到,反映了地铁通勤者均衡人数、成本、时间之间的关系。

情形“1”下的数量约束为:

$$\int_0^{\Delta T_b^{(1x)}} \frac{\gamma}{\psi\xi T_b} t dt + b_1 = b_1^* \quad (38)$$

$$\int_0^{\Delta T_b^{(2x)}} \frac{\beta}{\psi\xi T_b} t dt + b_2 = b_2^* \quad (39)$$

式(38)~(39)由拥挤成本与到达时间的关系式(8)得到,反映了地铁通勤人数 $b_i$ 、 $b_i^*$ 与共同到达率 $R_{i_1}$ 之间的数量关系。

### 3.3 多方式出行均衡

#### 1) 联合均衡模式。

通过联合私家车与地铁均衡,可实现多出行方式的联合均衡。本文存在多种联合均衡模式,分别用“00”“10”“01”和“11”表示,其中第1个数代表私家车均衡情形,第2个数代表地铁均衡情形。

在联合均衡模式“00”下,应满足:

$$\Delta T \geq \max(\Delta T_{car}, \Delta T_{sub}) \quad (40)$$

在联合均衡模式“10”与“01”下,应满足:

$$\min(\Delta T_{car}, \Delta T_{sub}) \leq \Delta T \leq \max(\Delta T_{car}, \Delta T_{sub}) \quad (41)$$

式(41)反映了在均衡模式“10”与“01”下,上班时间间隔的最大值的对应关系。当 $\Delta T_{sub} \leq \Delta T_{car}$ ,对应均衡模式“01”,当 $\Delta T_{car} < \Delta T_{sub}$ ,对应均衡模式“10”。

在联合均衡模式“11”下,应满足:

$$\Delta T \leq \min(\Delta T_{car}, \Delta T_{sub}) \quad (42)$$

将上述私家车与地铁的出行成本-数量关系式与式(4)~(5)联立,可求解得到上班时间异质情况下的均衡人数与均衡成本;而对于上班时间同质下的出行,可通过联立式(4)~(6)求解对应的均衡人数与均衡成本。

#### 2) 特殊均衡模式。

在上述联合均衡模式中,当上班时间间隔 $\Delta T$ 足够大时,在上班时间( $t_1^* \sim t_2^*$ )内将同时存在上班时间点1和2的通勤者;而当上班时间间隔 $\Delta T$ 较小时,将得到区别于联合均衡模式的特殊均衡模式。

在特殊均衡模式下,通勤者的共同到达时刻在上班时间间隔之外,此时存在两种均衡情形。均衡情形1':共同到达时刻在上班时间间隔之前,如图3所示(图中, $a_T$ 为均衡模式下私家车的通勤人数; $r_a^{(er)}$ 、 $r_a^{(l)}$ 分别为早到和迟到私家车通勤者的出发率; $\Delta T_a^{(s)}$ 为 $\bar{t}_a$ 与 $t_1^*$ 之间的差值, $\bar{t}_a \leq t_1^*$ );均衡情形2':共同到达时刻在上班时间间隔之后,如图4所示(图中, $r_b^{(er)}$ 、 $r_b^{(l)}$ 分别为早到和迟到地铁通勤者的出发率)。

在图3~4中,虚线反映上班时间1通勤者的出

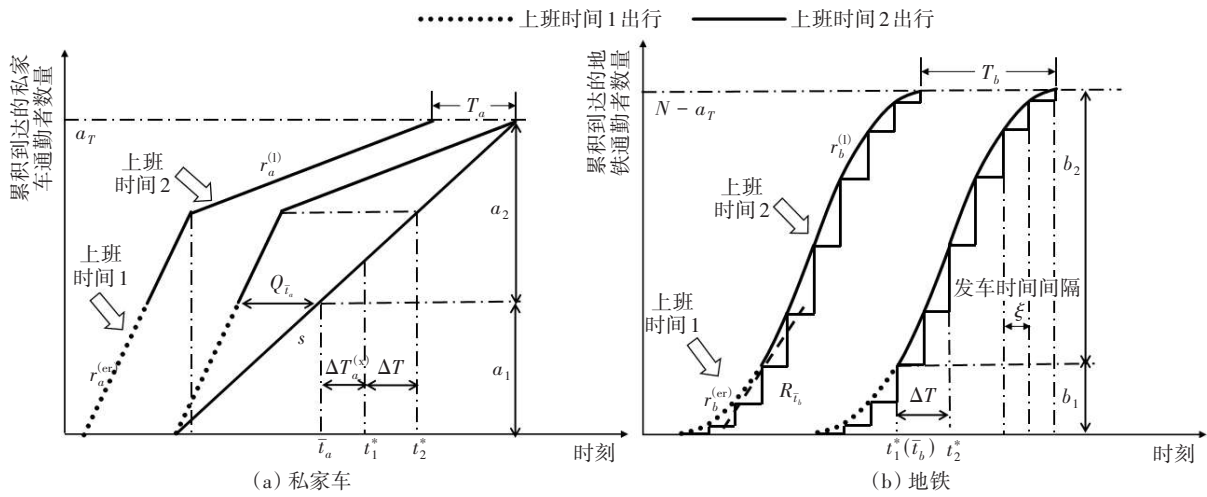


图3 均衡情形1'

Fig. 3 Equilibrium case 1'

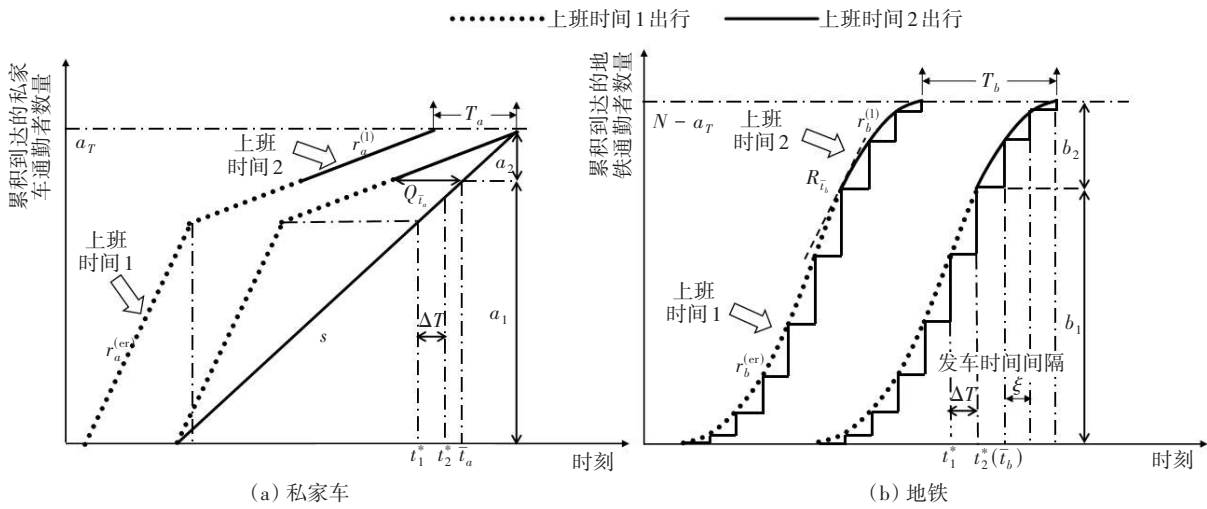


图4 均衡情形2'

Fig. 4 Equilibrium case 2'

行,实线反映上班时2通勤者的出行。根据共同到达时刻 $\bar{t}_w$ 与上班时 $t_i^*$ 之间的关系,通勤者的出发时刻将呈现出不同特征,如在均衡情形1'中,由于 $\bar{t}_w \leq t_i^*$ ,针对上班时1仅存在早到通勤者,针对上班时2同时存在早到和迟到的通勤者;同理,在均衡情形2'中,由于 $\bar{t}_w \geq t_i^*$ ,针对上班时1同时存在早到和迟到的通勤者,而针对上班时2仅存在迟到通勤者。

通常,通勤者迟到的单位时间成本远高于早到的单位时间成本( $\gamma \gg \beta$ ),导致迟到通勤者的数量相对于早到通勤者的更少,在均衡情形2'下,上班时2的通勤者均为迟到通勤者,难以满足式(4)。下面仅考虑对均衡情形1'建立均衡约束。

私家车和地铁通勤者的数量约束为:

$$a_1 \leq \frac{\gamma}{\beta + \gamma} \times a_1^* - s\Delta T_a^{(s)} \quad (43)$$

$$b_1 \leq \int_0^{\sqrt{\frac{2\delta\psi\xi T_b b_1^*}{\beta}} - \Delta T_b^{(s)}} \frac{\beta}{\psi\xi T_b} t dt \quad (44)$$

式中: $\Delta T_b^{(s)}$ 为 $t_1^*$ 与 $\bar{t}_b$ 之差( $\bar{t}_b \leq t_1^*$ )。

均衡情形1'下,私家车通勤者的出行将满足:

$$\frac{a_1}{s} \times \frac{\beta}{\alpha} = Q_{i_a} \quad (45)$$

$$a_1 + a_2 = a_2^* \quad (46)$$

$$\frac{a_1}{s} + \Delta T_a^{(s)} = \frac{\delta a_1^*}{\beta s} \quad (47)$$

$$\frac{a_1}{s} + \Delta T_a^{(s)} + \Delta T = \frac{\delta a_2^*}{\beta s} \quad (48)$$

$$\alpha Q_{i_a} + \beta \Delta T_a^{(s)} = \frac{\delta a_1^*}{s} \quad (49)$$

$$\alpha Q_{i_a} + \beta (\Delta T_a^{(s)} + \Delta T) = \frac{\delta a_2^*}{s} \quad (50)$$

式(49)~(50)为成本约束,由式(47)~(48)联

立式(7)得到。可见,在均衡情形1'下,双上班时间的均衡成本相差 $\beta\Delta T$ ,其随双上班时间间隔的大小而变化,当双上班时间间隔降至0时,双上班时间的均衡成本相差为0。

地铁通勤者的出行将满足:

$$\int_0^{\Delta T_b^{(0)}} \frac{\beta}{\psi\xi T_b} t dt = b_1 \quad (51)$$

$$\frac{R_{t_b}}{\beta/\psi\xi T_b} = \Delta T_b^{(0)} \quad (52)$$

$$b_1 + b_2 = b_2^* \quad (53)$$

$$\Delta T_b^{(0)} + \Delta T_b^{(x)} = \frac{\sqrt{2\delta\psi\xi T_b b_1^*}}{\beta} \quad (54)$$

$$\Delta T_b^{(0)} + \Delta T_b^{(x)} + \Delta T = \frac{\sqrt{2\delta\psi\xi T_b b_2^*}}{\beta} \quad (55)$$

式(51)~(55)中: $\Delta T_b^{(0)}$ 为上班时间1首、末位通勤者到达时刻之差。

上述公式由用户均衡原理推导得到,为通勤者在均衡状态下出发时间、出行数量及出行成本所需满足的约束条件。

### 3.4 效益指标

本文使用通勤者的社会成本( $C_s$ ),评价双上班时间、多方式出行下通勤者的出行效益:

$$C_s = N_1 C_a^{(1)} + N_2 C_a^{(2)} - a_r \tau_a - b_r \tau_b \quad (56)$$

式中: $b_r$ 为均衡模式下地铁的通勤人数。

## 4 数值分析

### 4.1 参数设置

本文使用软件 AMPL 进行模型求解,数据来源于文献[8],本文算例的输入参数见表1。考虑30:70、40:60、50:50、60:40、70:30等上班时间异质情况下的出行人数比例,在0~2h以0.1h为步长等比例设置上班时间间隔。

表1 模型输入参数

Table 1 Model parameter input

$N/\text{人}$	$\alpha/(\text{元}\cdot\text{h}^{-1})$	$\beta/(\text{元}\cdot\text{h}^{-1})$	$T_b/\text{min}$	$\tau_a/\text{元}$	$T_a/\text{min}$
8 000	13.7	6.4	45	4	15
$\psi$	$s/(\text{辆}\cdot\text{h}^{-1})$	$\gamma/(\text{元}\cdot\text{h}^{-1})$	$\tau_b/\text{元}$	$\xi/\text{min}$	
0.000 4	2 000	20.0	2.5	5	

### 4.2 结果分析

1) 均衡模式区间。

在 AMPL 中编程并调用 Minos 数学规划优化器进行求解,求解时间为0.001 s,可忽略不计。将模型的求解结果整理为表2、图5~8。

表2针对不同均衡模式和出行人数比例下的出行情况,匹配上班时间间隔来验证模型的有效性。由表2可知,随着上班时间间隔的缩短,通勤者的出行经历了四个阶段,依次为均衡模式“00”“10”“11”以及特殊均衡模式。由于在出行均衡模式下,早到和迟到的通勤者在出发率上有所差异,故随着上班时间间隔的变化,不同出行人数比例下的均衡模式亦存在一定差异,如在出行人数比例70:30下,通勤者的出行未经历特殊均衡模式;对于对称的出行人数比例,均衡模式所在的区间不完全一致,如出行人数比例30:70和70:30所对应的上班时间间隔区间仅部分重合。

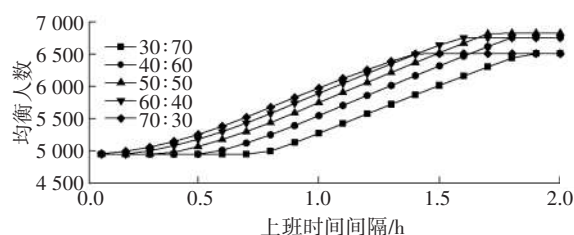
表2 各均衡模式所对应的上班时间间隔

Table 2 Work hour interval corresponding to each equilibrium mode

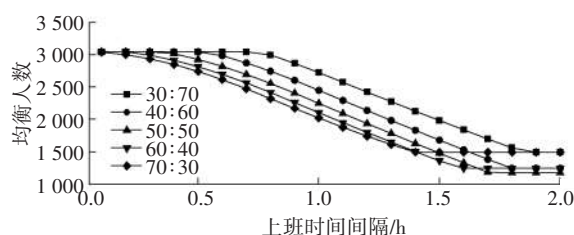
出行人数比例	上班时间间隔/h			
	均衡模式“00”	均衡模式“10”	均衡模式“11”	特殊均衡模式
30:70	[1.9, 2.0]	[1.1, 1.8]	[0.8, 1.0]	[0.1, 0.7]
40:60	[1.8, 2.0]	[1.0, 1.7]	[0.6, 0.9]	[0.1, 0.5]
50:50	[1.8, 2.0]	[1.0, 1.7]	[0.4, 0.9]	[0.1, 0.3]
60:40	[1.6, 2.0]	[0.9, 1.5]	[0.3, 0.8]	[0.1, 0.2]
70:30	[1.5, 2.0]	[0.8, 1.4]	[0.1, 0.7]	-

2) 关键趋势。

图5~7分别揭示了在不同上班时间间隔和出行人数比例下,私家车与地铁出行的均衡人数、均衡成本和社会成本的变化趋势。



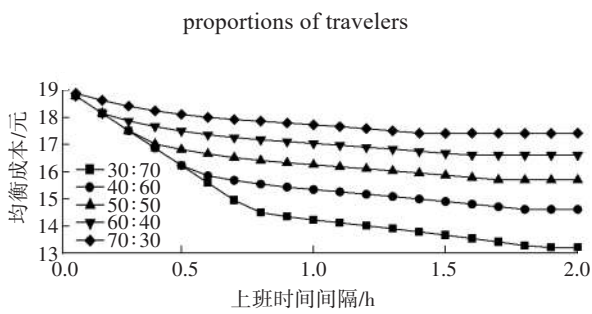
(a) 私家车出行均衡人数



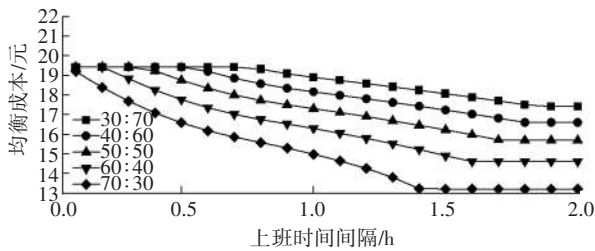
(b) 地铁出行均衡人数

图5 不同出行人数比例下的通勤者均衡人数

Fig. 5 Equilibrium number of commuters under different



(a) 上班时间1的均衡成本



(b) 上班时间2的均衡成本

图6 不同出行人数比例下的通勤者均衡成本

Fig. 6 Equilibrium costs for commuters under different proportions of travelers

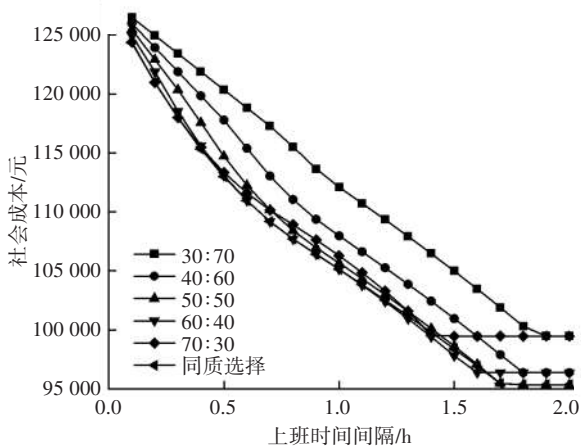


图7 不同出行人数比例下的社会成本

Fig. 7 Total social travel costs under different proportions of travelers

由图5可知,随着上班时间间隔的增长,私家车出行的均衡人数呈现出稳定-增长-稳定的变化趋势,而地铁出行的均衡人数则呈现出稳定-下降-稳定的变化趋势。由图6~7可知,各出行人数比例下的均衡成本、社会成本均在最初呈下降趋势,随后趋于稳定。在特定的时间间隔 $\Delta T = 2.0\text{ h}$ 下,不同出行人数比例下的社会成本均高于同质选择下的社会成本(95 346.1)。此外,图6~7中对称出行人数比例下的出行成本并不完全一致,这表明均衡成本和社会成本的数值仅在部分区间保持一致,这一现象可由表2中对称出行人数比例下均衡模式的区间不完全一致来解释。图5~7深刻反映了上班时

间间隔对出行的影响以及不同出行人数比例下出行的差异。

图8反映了异质上班时间出行对社会成本的优化程度。由图8可知,上班时间间隔的不同造成各出行人数比例下内部优化程度的浮动;相对于单上班时间出行,异质上班时间出行平均节省社会成本15%;当出行人数比例为50:50、上班时间间隔为2.0 h时,最高节省社会成本25%。

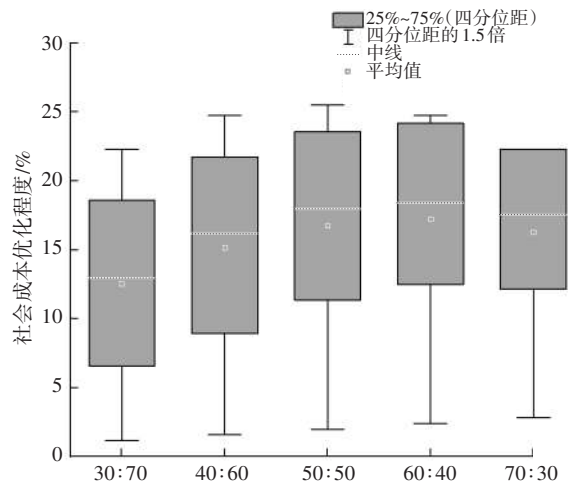


图8 不同出行人数比例下社会成本的优化程度

Fig. 8 Degree of social cost optimization under different proportions of travelers

本节通过细致分析通勤者的上班时间间隔,揭示均衡区间、均衡人数与成本的内在联系,同时验证了本文模型的有效性。从节约社会成本的角度来看,与传统的单上班时间出行相比,异质上班时间出行能显著降低社会成本,这说明多个上班时间出行具有缓解交通拥堵的优势和节能减排的潜力<sup>[15-16]</sup>。

## 5 结论

本文考虑通勤者上班时间的异质性,以上班时间间隔作为重要参数,建立了双上班时间、多方式出行场景下的出行均衡模型。本文主要结论如下:

1) 上班时间间隔通过影响通勤者均衡模式,从而影响出行成本。当上班时间间隔持续增加时,出行成本先降低后趋于稳定,私家车和地铁出行分别在较长和较短的上班时间间隔下占据主导。

2) 不同上班时间所对应的均衡成本一般不相等,某个上班时间的出行人数比例越大,其所对应的均衡成本也就越大。

3) 上班时间异质出行降低了社会成本,并增大

了上班时间的选择自由度,这将使社会成本进一步降低。

### 参考文献 (References):

- [1] 陆化普,王晶,张永波,等.基于TOD发展模式破解北京城市交通问题的思考[J].北京交通大学学报(社会科学版),2023,22(1):46-54. DOI:10.16797/j.cnki.11-5224/c.20230303.005.  
LU Huapu, WANG Jing, ZHANG Yongbo, et al. Thoughts on solving Beijing's urban traffic problems based on TOD development model [J]. Journal of Beijing Jiaotong University (Social Sciences Edition), 2023, 22(1): 46-54. DOI: 10.16797/j.cnki.11-5224/c.20230303.005.
- [2] 黄中祥,胡望欣,李志学.考虑快捷性和舒适性出行偏好的网络混合均衡[J].交通科学与工程,2022,38(3):121-127. DOI:10.16544/j.cnki.cn43-1494/u.2022.03.012.  
HUANG Zhongxiang, HU Wangxin, LI Zhixue. Mixed network equilibrium considering travel preferences of rapidity and comfort [J]. Journal of Transport Science and Engineering, 2022, 38(3): 121-127. DOI: 10.16544/j.cnki.cn43-1494/u.2022.03.012.
- [3] ANAS A. The cost of congestion and the benefits of congestion pricing: a general equilibrium analysis [J]. Transportation Research (Part B: Methodological), 2020, 136: 110-137. DOI:10.1016/j.trb.2020.03.003.
- [4] HUANG Z H, DONG H, JIA S S. Equilibrium pricing for carbon emission in response to the target of carbon emission peaking [J]. Energy Economics, 2022, 112: 106160. DOI:10.1016/j.eneco.2022.106160.
- [5] QIN H M, ZHENG F, YU B H, et al. Analysis of the effect of demand-driven dynamic parking pricing on on-street parking demand [J]. IEEE Access, 2022, 10: 70092-70103. DOI:10.1109/ACCESS.2022.3187534.
- [6] WU W, LIU W, ZHANG F N, et al. A new flexible parking reservation scheme for the morning commute under limited parking supplies [J]. Networks and Spatial Economics, 2021, 21(3): 513-545. DOI:10.1007/s11067-021-09538-5.
- [7] LAMOTTE R, DE-PALMA A, GEROLIMINIS N. On the use of reservation-based autonomous vehicles for demand management [J]. Transportation Research (Part B: Methodological), 2017, 99(C): 205-227.
- [8] LIU W. An equilibrium analysis of commuter parking in the era of autonomous vehicles [J]. Transportation Research (Part C: Emerging Technologies), 2018, 92: 191-207. DOI:10.1016/j.trc.2018.04.024.
- [9] ZHANG X, LIU W, WALLER S T, et al. Modelling and managing the integrated morning-evening commuting and parking patterns under the fully autonomous vehicle environment [J]. Transportation Research (Part B: Methodological), 2019, 128: 380-407. DOI:10.1016/j.trb.2019.08.010.
- [10] XIAO L L, LIU T L, HUANG H J, et al. Temporal-spatial allocation of bottleneck capacity for managing morning commute with carpool [J]. Transportation Research (Part B: Methodological), 2021, 143: 177-200. DOI:10.1016/j.trb.2020.11.007.
- [11] WAN Y L, JIANG C M, ZHANG A M. Airport congestion pricing and terminal investment: Effects of terminal congestion, passenger types, and concessions [J]. Transportation Research (Part B: Methodological), 2015, 82: 91-113. DOI:10.1016/j.trb.2015.10.006.
- [12] 王顺,杨欢,况爱武,等.基于累积前景理论的通勤出行联合决策模型[J].长沙理工大学学报(自然科学版),2021,18(1):58-65. DOI:10.19951/j.cnki.csldgxxbzk.2021.01.008.  
WANG Shun, YANG Huan, KUANG Aiwu, et al. Joint decision model of commuting travel based on cumulative prospect theory [J]. Journal of Changsha University of Science & Technology (Natural Science), 2021, 18(1): 58-65. DOI: 10.19951/j.cnki.csldgxxbzk.2021.01.008.
- [13] VICKREY W S. Congestion theory and transport investment [J]. American Economic Review, 1969, 59(2): 251-260.
- [14] 刘建荣,黄玲.地铁拥挤度和出行者异质性的影响[J].交通运输系统工程与信息,2020,20(2):122-126,173. DOI:10.16097/j.cnki.1009-6744.2020.02.018.  
LIU Jianrong, HUANG Ling. Impact of metro's in-vehicle crowding and commuters' heterogeneity on value of time [J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, 2020, 20(2): 122-126, 173. DOI: 10.16097/j.cnki.1009-6744.2020.02.018.
- [15] 张可可,韩春阳,周京,等.精准管控下的城市交通拥堵状态研判与建模[J].交通科学与工程,2022,38(3):113-120. DOI:10.16544/j.cnki.cn43-1494/u.2022.03.009.  
ZHANG Keke, HAN Chunyang, ZHOU Jing, et al. Towards smart management and control: a novel approach to identify traffic congestion states in urban areas [J]. Journal of Transport Science and Engineering, 2022, 38(3): 113-120. DOI: 10.16544/j.cnki.cn43-1494/u.2022.03.009.
- [16] 潘自翔,李薇,肖娇妍.“双碳”目标下城市交通减排路径研究[J].公路与汽运,2023,39(5):24-28. DOI:10.20035/j.issn.1671-2668.2023.05.006.  
PAN Zixiang, LI Wei, XIAO Jiaoyan. Research on urban traffic emission reduction path under the "double carbon" goal [J]. Highways & Automotive Applications, 2023, 39(5): 24-28. DOI: 10.20035/j.issn.1671-2668.2023.05.006.

(责任编辑:石月珍;校对:熊怡)